

11. Übungsblatt zur Einführung in die Theoretische Physik II

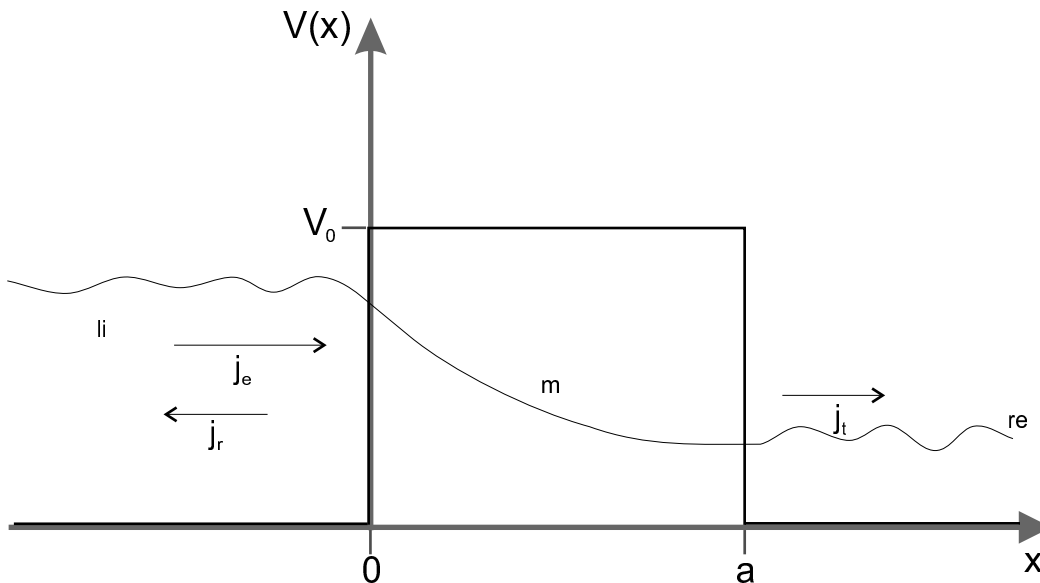
Abgabe: Donnerstag 24.01.01 in der Vorlesung

Aufgabe 21 (20 Punkte): Tunneleffekt

Betrachte eine einfache eindimensionale Potentialschwelle:

$$V(x) = \begin{cases} V_0 & : 0 < x < a \\ 0 & : \text{sonst} \end{cases}$$

Von links laufe eine Welle ein, die teilweise reflektiert, teilweise transmittiert wird.



(a) Begründe den Ansatz $\psi_{li}(x, t) = e^{i(kx - \omega t)} + r e^{i(-kx - \omega t)}$, $\psi_{re}(x, t) = t e^{i(kx - \omega t)}$ für die Wellenfunktion links, bzw. rechts von der Schwelle. Finde den Zusammenhang zwischen der Energie E der Welle und den Konstanten k und ω .

(b) Finde einen Ansatz für die Wellenfunktion $\psi_m(x, t)$ innerhalb der Schwelle und zeige den Zusammenhang einer der auftretenden Konstanten mit der Energie E der Welle. Beachte dabei die Fallunterscheidung für Energien ober- und unterhalb eines gewissen Schwellwertes.

(c) Stelle aus den Stetigkeitsbedingungen für die Wellenfunktion ein lineares Gleichungssystem in den unbekanntenen Konstanten (Amplituden) auf.

(d) Leite einen Ausdruck für das Transmissionsvermögen $T := |j_t|/|j_e|$ her, der nur noch von den Parametern E , V_0 und a abhängt. Begründe, warum die Definition von T sinnvoll ist. Bemerkung: j_t ist die Stromdichte der transmittierten Welle, j_e die der einfallenden Welle, die zusammen mit der Stromdichte der reflektierten Welle die Gesamtstromdichte links der Schwelle ergibt.

(e) Stelle den Transmissionsverlauf in Abhängigkeit von a für die verschiedenen Fälle $E = 0.5V_0$ und $E = 1.5V_0$ graphisch dar. Hierfür darf natürlich auch ein entsprechendes Computerprogramm benutzt werden.