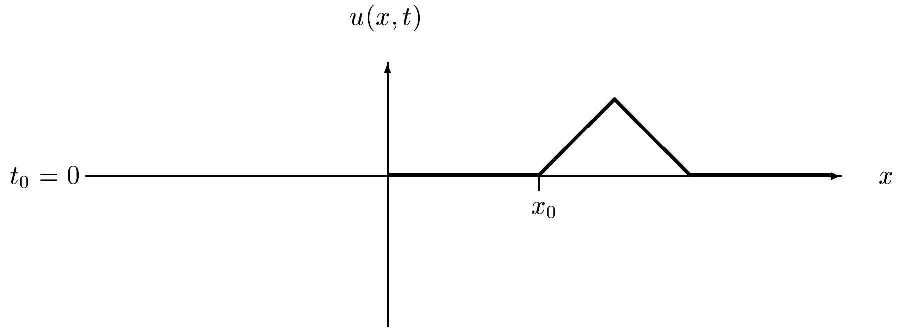
Technische Universität Berlin
Institut für Theoretische Physik
Prof. A. Knorr
Christopher Witte
Juliane Strassner 10. Januar 2002

9. Übungsblatt zur Einführung in die Theoretische Physik II

Abgabe: Donnerstag 10.01.01 in der Vorlesung

Aufgabe 17 (10 Punkte): *zur Wellengleichung*

Betrachte folgendes Anfangswertproblem: eine Saite sei an einem Ende (bei $x = 0$) fest eingespannt, werde zum Zeitpunkt $t_0 = 0$ ausgelenkt und losgelassen. Die Auslenkung $\phi(x)$ bildet gemäß der Skizze die Form eines Dreiecks. Skizziere die Lösung beginnend mit $t_0 = 0$ für sechs verschiedene Zeitpunkte, wobei gelten soll: $vt_2 = x_0$ (mit der Ausbreitungsgeschwindigkeit v).
Hinweis: Die Randbedingung wird erfüllt, indem man die Funktion ϕ antisymmetrisch fortsetzt.



Aufgabe 18 (10 Punkte): *Fourier-Transformation*
Die Fourier-Transformation bildet eine große Klasse von Funktionen $f(x)$ auf andere Funktionen $g(k)$ ab. Sie bewirkt dabei einen Darstellungswechsel zwischen den Variablen x und k. Anschaulich kann man die Fourier-Transformation als eine Zerlegung der Funktion $f(x)$ in (ebene) Wellen ansehen, die Funktion $g(k)$ gibt dabei die Amplitude der zur Wellenzahl k gehörenden Welle an. Da ebene Wellen in vielen physikalischen Theorien einfache Lösungen der zugrundeliegenden Differentialgleichungen sind, findet die Fourier-Transformation zahlreiche Anwendungen.
Die Definition der Fourier-Transformation ist:

$$\begin{aligned} g(k) &= FT(f) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-ikx} dx \\ f(x) &= FT^{-1}(g) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} g(k) e^{ikx} dk \end{aligned}$$

1. Berechne die Fourier-Transformierte der Funktion
$$f(x) = \begin{cases} 1 & -1 < x < 1, \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$
2. Zeige mit dem Ergebnis die Integrationsformel
$$\int_0^\infty \frac{\sin k}{k} dk = \frac{\pi}{2}.$$
3. Erhält man aus der Funktion $g(k)$ durch Rücktransformation wieder die ursprüngliche Funktion $f(x)$?