

7. Übungsblatt – Theoretische Physik IV – Statistik/Thermodynamik

Abgabe: Mittwoch 12.12.2007 bis 15:00 in den Briefkasten (Altbau)

Aufgabe 16 (7 Punkte): Wassermaschine

Mit Wasser als Arbeitssubstanz werde ein Carnotscher Kreisprozess derart durchgeführt, dass bei 6°C isotherme Expansion und bei 2°C isotherme Kompression stattfinden.

1. Man zeige, dass bei beiden isothermen Prozessen Wärme zugeführt wird. Demnach wird durch den ganzen Kreisprozess Wärme vollständig in Arbeit umgewandelt. Was bedeutet das für den Wirkungsgrad?
2. Wie ist dieser Widerspruch zum zweiten Hauptsatz der Thermodynamik zu lösen? Zeichnen Sie dazu qualitativ Adiabaten und Isothermen in der Nähe von 4°C in einem V, T -Diagramm!

Man beachte, dass das Volumen des Wassers in Abhängigkeit von der Temperatur unter konstantem Druck bei 4°C ein Minimum annimmt.

Aufgabe 17 (10 Punkte): Schwarzer Strahler/ Planck'sche Strahlungsformel

Betrachten Sie ein Photonengas bei konstanter Temperatur in einem Kasten. Die mittlere Energie eines Photons ist $\epsilon(\mathbf{k}) = \hbar\omega(\mathbf{k}) = c\hbar k$. Außerdem gilt $\mu = 0$. Damit lautet die mittlere Besetzungszahl für Bosonen im Zustand \mathbf{k}, s (\mathbf{k} ist der Wellenvektor und s die Spinquantenzahl):

$$\langle n_{\mathbf{k},s} \rangle = \frac{1}{\exp(\beta\hbar ck) - 1} .$$

- (a) Im Zusammenhang mit diesem Problem treten häufig Integrale der Form $\int_0^\infty \frac{x^\alpha}{z^{-1}e^x - 1} dx$ auf. Lösen Sie dieses Integral allgemein, indem Sie es auf die Γ -Funktion $\Gamma(\alpha + 1) = \int_0^\infty e^{-x} x^\alpha dx$ zurückführen.

Hinweise: Verwenden Sie die geometrische Reihe. Es gilt weiterhin $ze^{-x} < 1$.

- (b) Zeigen Sie, dass die innere Energie in der folgenden Form dargestellt werden kann:

$$U(T, V) = \int_0^\infty u(\omega, T) d\omega \quad ,$$

und geben Sie die spektrale Energiedichte $u(\omega, T)$ an. Diese Beziehung ist die Planck'sche Strahlungsverteilung. **Hinweis:** Nutzen Sie die mittlere Besetzungszahl $\langle n_{\mathbf{k},s} \rangle$

- (c) Zeichnen Sie die Planck'sche Strahlungsverteilung $u(\omega)$ für verschiedene Temperaturen T . Diskutieren Sie den Einfluss von T !
- (d) Leiten Sie das Stefan-Boltzmann-Gesetz $U(T, V)$ her, indem Sie die Integration aus Aufgabenteil (b) ausführen.
- (e) Bestimmen Sie $\omega_{max}(T)$ bei dem $u(\omega, T)$ maximal ist (Wien'sches Verschiebungsgesetz). **Hinweis:** Sie können die auftretende Gleichung numerisch lösen.
- (f) Der Energiefluss, der von der Sonne auf die Erde trifft, beträgt $b = 0.136 \frac{\text{J}}{\text{s cm}^2}$ (ohne Absorptionsverlust, bei senkrechtem Einfall). Berechnen Sie mit Hilfe der Solarkonstanten b die totale Strahlungsleistung der Sonne (mittlerer Abstand Sonne-Erde $r_{SE} = 1,5 \times 10^{13} \text{cm}$). Berechnen Sie die Oberflächentemperatur der Sonne unter der Annahme, dass die Sonne wie ein schwarzer Körper strahlt (Sonnenradius $r_s = 7 \times 10^{10} \text{cm}$).

Aufgabe 18: Auf der Rückseite

→

Aufgabe 18 (3 Punkte): *Photonenmühle*

Der Nobelpreisträger Ilya Prigogine konnte zeigen, dass der Entropieexport für alle offenen Systeme mit der Fähigkeit zur Strukturierung und Selbstorganisation von grundlegender Bedeutung ist. Betrachten Sie unter diesem Gesichtspunkt die Erde als eine "Photonenmühle", die einen Wärmestrom von ca. $10^{17}W$ von der Sonne (Temperatur siehe vorherige Aufgabe) aufnimmt und ungefähr die gleiche Menge in den Weltraum abstrahlt, wobei allerdings die Oberflächentemperatur der Erde nur noch $T_E = 260K$ beträgt. Berechnen Sie den Entropieexport unseres Planeten pro Zeit und Fläche.

Vorlesung

- Dienstag 10:15 Uhr – 11:45 Uhr im PN 203
- Donnerstag 8:30 – 10:00 im PN 203

Klausur: Donnerstag den 07.02.2008 von 09:00 – 11:00 Uhr im EW 201

Scheinkriterien:

- Mindestens 50% der Übungspunkte (Abgabe in Dreiergruppen).
- Bestandene Klausur.
- Regelmäßige und aktive Teilnahme in den Tutorien.

Sprechzeiten:

- Prof. Dr. Eckehard Schöll, PhD: Mittwoch: 14.30-15.30 im PN 735
- Dr. Kathy Lüdge: Donnerstag, 14–15 Uhr im PN 741, Tel: 23002
- Dipl.-Phys. Stefan Fruhner: Dienstag, 14–15 Uhr im EW 627/628, Tel: 27681
- Dipl.-Phys. Hartmut Lentz: Montag, 14–15 Uhr im EW 627/628, Tel: 27681

Tutorien:

- Mo 10:15-11:45 EW 731 Hartmut Lentz
- Di 8:30-10:00 EW 731 Hartmut Lentz
- Di 12:15-13:45 EW 229 Kathy Lüdge
- Mi 10:15-11:45 EW 184 Stefan Fruhner