Technische Universität Berlin – Institut für Theoretische Physik

Prof. Dr. Eckehard Schöll, PhD
Dr. Kathy Lüdge
Dipl.-Phys. Hartmut Lentz
Dipl.-Phys. Stefan Fruhner

25. Oktober 2007
www.itp.tu-berlin.de/menue/lehre/lv/ws0708/pvhs/thermo/

2. Übungsblatt – Theoretische Physik IV – Statistik/Thermodynamik

Abgabe: Mittwoch 7.11.2007 bis 15:00 in den Briefkasten (Altbau)

Aufgabe 3 (11 Punkte): SHANNON- *und* KULLBACK-*Information*

Im folgenden seien P^A und P^B die Verteilungen des gezinkten und ungezinkten Würfels aus Aufgabe 1,

$$f_{\sigma\mu}(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp - \left(\frac{x-\mu}{2\sigma}\right)^2 \qquad \text{sei die GAUSS-Verteilung und}$$

$$\rho_\beta^M(x) = \begin{cases} \beta \exp(-\beta x) & \text{für } x \geq 0, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases} \qquad \text{eine weitere Wahrscheinlichkeitsverteilung.}$$

(a) Berechen Sie $I(P^A), I(P^B), K(P^A, P^B)$ und $K(P^B, P^A)$.

(b) Berechnen Sie $I(f_{\sigma\mu})$ und $I(\rho_\beta^M)$. Diskutieren Sie jeweils das Vorzeichen von I. Stehen Ihre Ergebnisse im Widerspruch zu $I(P) \leq 0$? Begründung!

(c) Beweisen Sie die Ungleichung $\ln x \geq 1 - \frac{1}{x}$ für $x > 0$.

(d) Berechnen Sie $K(f_{\sigma\mu}, f_{\sigma'\mu'})$ und $K(\rho_\beta^M, \rho_{\beta'}^M)$. Diskutieren Sie jeweils das Vorzeichen von K. Stehen Ihre Ergebnisse im Widerspruch zu $K(P) \geq 0$? Begründung!
Hinweis: Verwenden Sie die Ungleichung aus (c)!

Aufgabe 4 (9 Punkte): *Verteilungen*

(a) MAXWELLVERTEILUNG: Leiten Sie die Wahrscheinlichkeitsdichte $\rho(\mathbf{p})$ dafür her, ein Teilchen eines Systems mit dem Impuls $\mathbf{p}$ vorzufinden, wenn folgende Postulate gelten:

- Die Komponenten von $\mathbf{p}$ seien unkorreliert, d.h. $\rho(p_x, p_y, p_z) = f(p_x)f(p_y)f(p_z)$.
- Es gelte Isotropie, d.h. $\rho(p_x, p_y, p_z) = \rho(\mathbf{p}^2)$
- Der Erwartungswert der kinetischen Energie ist gegeben durch $\langle E \rangle = \frac{3}{2}k_B T$.

(b) POISSONVERTEILUNG: Leiten Sie die Poissonverteilung $p_k(t)$ für das Eintreten von k Ereignissen im Zeitintervall $[0, t]$ ab (z.B. radioaktive Zerfälle in der Zeit $[0, t]$). Gehen Sie von folgenden Postulaten aus:

- Die Anzahl der Ereignisse N in nicht überlappenden Zeitintervallen ist unabhängig.
- Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Ereignis in einem infinitesimalen Intervall $\triangle t$ eintritt ist proportional zu $\triangle t$, d.h. $P_{k=1}([t, t + \triangle t]) = \lambda \triangle t$
- Die Wahrscheinlichkeit, dass mehrere Ereignisse k in der Zeit $\triangle t$ auftreten ist vernachlässigbar, d.h. $P_{k>1}([t, t + \triangle t]) = 0$.

(c) Zeichnen Sie die Maxwellverteilung (in Abhängigkeit von p_x) und die Poissonverteilung (in Abhängigkeit von k) für verschiedene Parameter und diskutieren Sie deren Einfluss. Sie können das Applet zur statistischen Physik unter http://www.itp.tu-berlin.de/menue/lehre/owl/ nutzen.

Bitte Rückseite beachten!⟶

Technische Universität Berlin – Institut für Theoretische Physik

Prof. Dr. Eckehard Schöll, PhD
Dr. Kathy Lüdge
Dipl.-Phys. Hartmut Lentz
Dipl.-Phys. Stefan Fruhner

25. Oktober 2007

www.itp.tu-berlin.de/menue/lehre/lv/ws0708/pvhs/thermo/

Vorlesung

- Dienstag 10:15 Uhr – 11:45 Uhr im PN 203
- Donnerstag 8:30 – 10:00 im PN 203

Klausur: Mittwoch den 07.02.2008 von 09:00 – 11:00 Uhr im EW 201

Scheinkriterien:

- Mindestens 50% der Übungspunkte (Abgabe in Dreiergruppen).
- Bestandene Klausur.
- Regelmäßige und aktive Teilnahme in den Tutorien.

Sprechzeiten:

- Prof. Dr. Eckehard Schöll, PhD: Mittwoch: 14.30-15.30 im PN 735
- Dr. Kathy Lüdge: Donnerstag, 14–15 Uhr im PN 741, Tel: 23002
- Dipl.-Phys. Stefan Fruhner: Dienstag, 14–15 Uhr im EW 627/628, Tel: 27681
- Dipl.-Phys. Hartmut Lentz: Montag, 14–15 Uhr im EW 627/628, Tel: 27681

Tutorien:

- Mo 10:15-11:45 EW 731 Hartmut Lentz
- Di 8:30-10:00 EW 731 Hartmut Lentz
- Di 12:15-13:45 EW 229 Kathy Lüdge
- Mi 10:15-11:45 EW 184 Stefan Fruhner