

Arbeitsbericht 2004-2006

Im vergangenen Antragszeitraum wurden im Teilprojekt B1 grundlegende Erkenntnisse über die Mechanismen der zeitverzögerten Rückkopplungskontrolle von rauschinduzierten Oszillationen sowie von deterministischen Fixpunkten und periodischen Orbits gewonnen. Es wurden einfache generische Modelle (Van-der-Pol-Oszillator, FitzHugh-Nagumo-Modell, Normalform der Hopf-Bifurkation) und erste Anwendungen auf räumlich ausgedehnte Systeme (global gekoppelte Reaktions-Diffusions-Modelle zur Beschreibung von Halbleiter-Nanostrukturen, Frontdynamik in Halbleiter-Übergittern, Oregonator-Modell eines aktiven Mediums mit lokaler Diffusion) untersucht.

1 Ausgangsfragestellung

Ausgangspunkt war die Strukturbildung in nichtlinearen Systemen [33, 34] unter dem Einfluss von zeitverzögerter Rückkopplung und Rauschen. Das gegenwärtige Interesse konzentriert sich über die reine Beschreibung von raum-zeitlichen Strukturen hinaus auf deren Steuerung, Beeinflussung, Selektion und Optimierung. Ausgehend von der deterministischen Chaotik [35] im engeren Sinne wird allgemeiner die Stabilisierung von instabilen Zuständen und Strukturen untersucht. Als wichtigstes, auch experimentell leicht realisierbares, nichtinvasives Verfahren hat sich dabei die von Pyragas [36] vorgeschlagene und von Socolar [37] erweiterte *zeitverzögerte Rückkopplungskontrolle* etabliert. Dabei sind zunächst noch viele Fragen offen geblieben, z.B. der Wirkungsmechanismus, die Bedingungen für erfolgreiche Stabilisierung, die Optimierung der Kontrollparameter und der Kopplungsschemata sowie die Anwendung auf räumlich ausgedehnte Systeme, zu deren Klärung wir im vergangenen Zeitraum beitragen konnten.

Ein weiterer aktueller Themenkreis befasst sich mit dem konstruktiven Einfluss von Rauschen in nichtlinearen Systemen. Neben der stochastischen Resonanz (in extern getriebenen Systemen) trat dabei die *Kohärenzresonanz* in autonomen Systemen [38–42], die in grundlegenden Arbeiten innerhalb des Sonderforschungsbereiches entscheidend entwickelt wurde, in den Vordergrund. Letztere tritt in Systemen auf, die im deterministischen Fall keine selbstgenerierten Oszillationen zeigen, die aber unter dem Einfluss von Rauschen oszillieren, beispielsweise anregbare Medien oder Systeme knapp unterhalb einer Hopf-Bifurkation. Die Kohärenzresonanz zeigt sich in einer nichtmonotonen resonanten Abhängigkeit der Regularität von der Rauschintensität. In einer Reihe von Arbeiten konnten wir erstmals zeigen, dass durch Anwendung von zeitverzögerten Rückkopplungsschleifen in der Pyragas-Form auf diese rauschinduzierten Oszillationen sowohl deren Kohärenz als auch deren Zeitskalen gezielt beeinflusst werden können. Wir untersuchten dabei sowohl einfache, rein zeitliche Modelle als auch rauschinduzierte raum-zeitliche Muster und erzielten grundlegende Fortschritte im analytischen Verständnis der Wirkung eines Delays

auf die Dynamik. Unsere theoretischen Vorhersagen [18] wurden mittlerweile in einem dadurch angeregten Experiment zur Musterbildung in einem elektrochemischen System verifiziert [43].

Im Folgenden sollen die erzielten Ergebnisse kurz dargestellt werden. Viele der Resultate wurden in enger Kooperation mit anderen Gruppen des Sonderforschungsbereiches erarbeitet, wobei unsere langjährige Erfahrung in der nichtlinearen und chaotischen raumzeitlichen Strukturbildung in Halbleitersystemen [32, 44, 45] sowie der zeitverzögerten Rückkopplungskontrolle [46–50] mit der komplementären Kompetenz anderer Teilprojekte in experimenteller Laserphysik (A6), Stochastik (A1, A4), Dynamik von Spiralwellen (B6) und Analysis von Delay-Differenzialgleichungen (A7, B2) in effizienter Weise kombiniert wurde. Auch die Zusammenarbeit mit den vom Sonderforschungsbereich finanzierten Gastwissenschaftlern Dr. Alexander Balanov (Saratov, Russia, und Nottingham, UK), Dr. Natalia Janson (Loughborough, UK) und Dr. Wolfram Just (London) spielte eine wichtige Rolle.

2 Stabilisierung von Fixpunkten durch zeitverzögerte Rückkopplung

Die zeitverzögerte Rückkopplungskontrolle [36] wurde zunächst entwickelt, um instabile periodische Orbits (UPOs), die in einem chaotischen Attraktor eingebettet sind, zu stabilisieren, wobei die Verzögerungszeit τ gleich der Periode des Ziel-Orbits T gesetzt wird. Wesentlich weniger ist über die Stabilisierung von deterministischen Fixpunkten mit dieser Kontrollmethode bekannt. Wir konnten in einer systematischen analytischen und numerischen Untersuchung [11] zeigen, dass die linearen Moden des Fixpunktes der Delay-Differenzialgleichung und die Kontrollbereiche eine charakteristische Struktur haben. Hierzu gingen wir vom generischen Fall eines dynamischen Systems aus, welches einen instabilen Fokus im Ursprung hat. Dessen Stabilität wird beschrieben durch die Normalform

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= \lambda x(t) + \omega y(t) - K[x(t) - x(t - \tau)] \\ \dot{y}(t) &= -\omega x(t) + \lambda y(t) - K[y(t) - y(t - \tau)],\end{aligned}\tag{1}$$

wobei $\lambda > 0$ der Abstand von der Instabilitätsschwelle (Hopf-Bifurkation bei $\lambda = 0$), ω die intrinsische Frequenz, $K > 0$ die Kontrollamplitude und τ die Verzögerungszeit ist. Die zugehörige charakteristische Gleichung

$$[\Lambda + K(1 - e^{-\Lambda\tau}) - \lambda]^2 + \omega^2 = 0\tag{2}$$

für die komplexen Eigenwerte Λ lässt sich exakt mit Hilfe der Lambert-Funktion lösen und die Stabilisierungsbereiche in der (K, τ) -Kontrollparameter-Ebene lassen sich analytisch

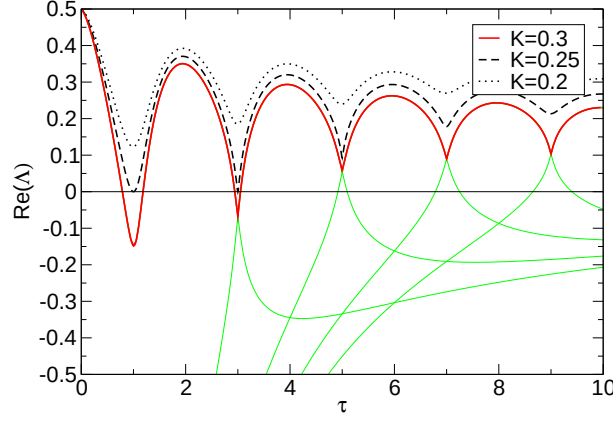


Abbildung 1: Größter Realteil der komplexen Eigenwerte Λ in Abhängigkeit von τ für $\lambda = 0.5$ und $\omega = \pi$ für verschiedene K . Einige kleinere Eigenwerte sind ebenfalls für $K = 0.3$ dargestellt (graue durchgezogene Linie). Nach [11].

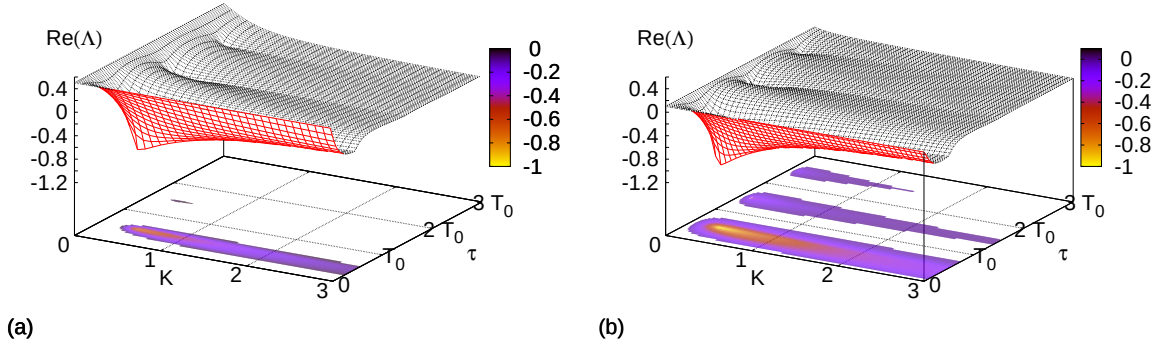


Abbildung 2: Kontrollbereich in der (K, τ) -Ebene und größter Realteil der komplexen Eigenwerte Λ als Funktion von K und τ gemäß Gl. (2). Die zweidimensionale Projektion am Boden gibt Kombinationen von τ und K wieder, für die $\text{Re}(\Lambda)$ negativ und somit die Kontrolle erfolgreich ist. (a): $\lambda = 0.5$ und $\omega = \pi$, (b): $\lambda = 0.1$ und $\omega = \pi$. Nach [11].

bestimmen (Fig. 1, 2), sogar unter Einschluss von Tiefpassfiltern und Latenzzeiten (z.B. durch Signalverarbeitung). Für ganzzahlige Vielfache der intrinsischen Periode $T = 2\pi/\omega$ ist niemals Kontrolle möglich.

Auf der Basis der Lambert-Funktion haben wir eine explizite Eigenmodenentwicklung der zeitverzögerten Dynamik angegeben, die über diese lineare deterministische Delay-Gleichung hinaus auch eine Reihe von Anwendungsmöglichkeiten auf stochastische Delay-Gleichungen und auf eine schwach nichtlineare Analyse eröffnet [7]. Das asymptotische Skalenverhalten der Eigenmoden für große Verzögerungszeiten und die Zerlegung des Spektrums in einen pseudokontinuierlichen Anteil und maximal zwei stark instabile Eigenwerte haben wir in Kooperation mit Teilprojekt B2 analytisch bestimmt und

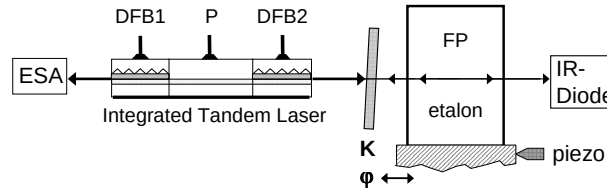


Abbildung 3: Schematische Darstellung des integrierten Tandem-Lasers mit optischer Rückkopplung durch ein externes Fabry-Perot-Etalon (FP). Zwei *distributed feedback laser* sind durch eine passive Wellenleitersektion P verbunden. Die Amplitude K und Phase φ des Rückkopplungssignals des FP wird durch einen variierbaren Graufilter bzw. eine Piezo-Feinsteuerung kontrolliert. ESA: elektrischer Spektrumanalysator. IR-Diode: optische Leistungsmessung. Nach [1].

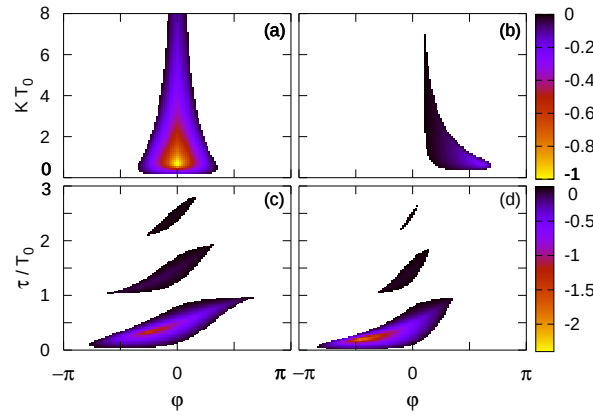


Abbildung 4: Kontrollbereich in Abhängigkeit von φ , K und τ in normierten Einheiten von $T_0 = 2\pi/\omega$. Die Schattierung zeigt den größten Realteil der komplexen Eigenwerte Λ . (a), (b): Kontrollbereich in der (φ, K) -Ebene für feste Zeitverzögerung $\tau = T_0/2$ bzw. $0.9T_0$. (c), (d): Kontrollbereich in der (φ, τ) -Ebene für feste Rückkopplungsstärke $K = 1/T_0$ bzw. $2/T_0$. Parameter: $\lambda = 0.2/T_0$. Nach [1].

mit den numerischen Lösungen verglichen. In Zusammenarbeit mit Teilprojekt A6 haben wir diese Kontrollmethode an einem realen physikalischen System, einem Multisektions-Halbleiterlaser (Fig. 3), angewandt, um den stationären Zustand (*cw*-Laseremission) zu stabilisieren und Intensitätspulsationen zu unterdrücken [1]. Dies ist die erste rein optische Realisierung der nichtinvasiven Pyragaskontrolle zur Stabilisierung von Fixpunkten. Die zeitverzögerte Rückkopplung kann mit Hilfe eines angekoppelten Fabry-Perot-Resonators auf sehr kurzen Zeitskalen und Nanometer-Längenskalen verwirklicht werden, was neben den Grundlagenaspekten auch wichtige Anwendungen auf die ultraschnelle optische Informationsverarbeitung verspricht. Wir konnten die entscheidende Rolle einer phasenempfindlichen Rückkopplung aus unserem theoretischen Modell ableiten (Fig. 4): Ersetzt

man die Einheitsmatrix des Rückkopplungsschemas in Gl.(1) durch eine Drehmatrix mit Phasenwinkel φ , so werden die Stabilisierungsbereiche in der (K, τ) -Ebene deformiert und die Kontrolle gelingt für Parameterwerte, bei denen für $\varphi = 0$ keine Stabilisierung möglich ist (z.B. Fig. 4b). Interessanterweise tritt dasselbe mathematische Problem der phasenabhängigen zeitverzögerten Rückkopplungskontrolle auch bei der Unterdrückung der krankhaften Synchronisation (z.B. bei Epilepsie oder Parkinson) in einem System global gekoppelter neuronaler Oszillatoren auf [51, 52].

3 Stabilisierung periodischer Orbits durch zeitverzögerte Rückkopplung

Um die grundlegende Wirkungsweise der Rückkopplungsschleife zu verstehen, ist eine Bifurkationsanalyse im Parameterraum der Kontrollkraft nützlich. Bifurkationsdiagramme erlauben systematische Rückschlüsse auf allgemeine Bifurkationsmechanismen der Stabilisierung periodischer Orbits durch zeitverzögerten Rückkopplung. Darüberhinaus machen sie Vorhersagen über die Wirkung verschiedener Kontrollschemata in Abhängigkeit ihrer Parameter (z.B. K, τ). Wir haben hierzu das Rössler-Modell als Paradigma eines einfachen dynamischen Systems mit nicht-hyperbolischen chaotischen Attraktoren numerisch untersucht [13]. Dabei fanden wir ein kompliziertes, mehrblättriges Bifurkationsdiagramm in der (K, τ) -Ebene mit Hopf-Bifurkationen, Neimark-Sacker-Bifurkationen eines Torus, Periodenverdopplungskaskaden und delay-induziertem Chaos. Die einzelnen Blätter entsprechen der Bifurkation von periodischen Lösungen mit jeweils verschiedener Periode. Für $\tau \neq nT$, wobei T die Periode des ungestörten instabilen periodischen Orbits (UPO) für $K = 0$ ist, kann ein delay-induzierter stabiler Orbit mit Periode $\Theta(K, \tau) \neq \tau$ durch eine superkritische Hopf-Bifurkation generiert werden. Diese Periode konnten wir für $\tau \approx nT$ näherungsweise analytisch berechnen.

Als einschneidende Einschränkung des Pyragas-Verfahrens ist allgemein akzeptiert, dass sich periodische Orbits mit einer ungeraden Anzahl von reellen Floquet-Multiplikatoren > 1 nicht stabilisieren lassen (Odd Number Limitation Theorem) [53–58]. Allein die Arbeit [54] wurde in diesem Zusammenhang über neunzig Mal zitiert. In Zusammenarbeit mit dem Teilprojekt A7 ist es uns nun gelungen, dieses Theorem zu widerlegen [28]. Wir konnten für den generischen Fall eines instabilen periodischen Orbits, der durch eine subkritische Hopf-Bifurkation generiert wird (und somit einen einzelnen reellen Floquet-Multiplikator > 1 hat), zeigen, dass dieser für geeignete Kontrollparameter doch stabilisiert werden kann. Entscheidend ist hierbei, dass die Kontrollkraft nicht durch eine Einheitsmatrix, sondern mit einer Phase $\beta \neq 0$ (wie das z.B. in optischen Systemen [1] natürlicherweise auftritt) angekoppelt wird. Hierzu haben wir die komplexe Normalform

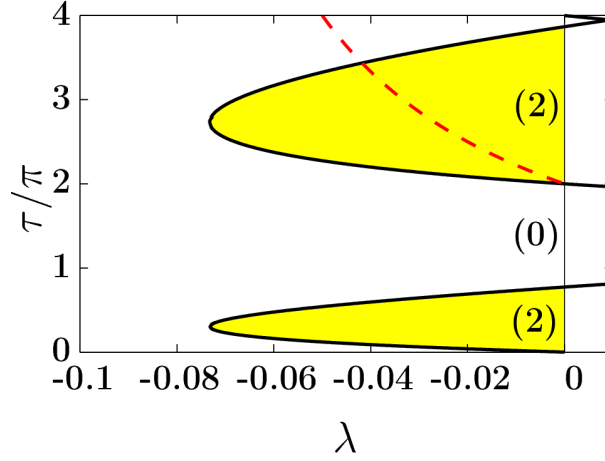


Abbildung 5: Pyragas- (gestrichelt) und Hopf-Kurven (durchgezogen) in der (λ, τ) -Ebene. Die Schattierung markiert die Bereiche von instabilem $z = 0$ und die Zahlen in Klammern geben die Dimension der instabilen Mannigfaltigkeit von $z = 0$ wieder ($\gamma = -10$, $b_0 = 0.3$, $\beta = \pi/4$). Nach [28].

einer subkritischen Hopf-Bifurkation, erweitert durch die Pyragaskontrolle,

$$\dot{z}(t) = [\lambda + i + (1 + i\gamma)|z(t)|^2] z(t) + b[z(t - \tau) - z(t)] \quad (3)$$

mit $z \in \mathbb{C}$ und reellen Parametern λ and γ (Hopf-Frequenz =1) betrachtet. Die Kontrollmatrix wird durch Multiplikation mit der komplexen Zahl $b = b_R + ib_I = b_0 e^{i\beta}$ ($b_R, b_I, \beta \in \mathbb{R}, b_0 > 0$) beschrieben. Die Hopf-Bifurkation von $z \equiv 0$ bei $\lambda = 0$ erzeugt T -periodische instabile Lösungen $z(t) = r \exp(i \frac{2\pi}{T} t)$ mit $r^2 = -\lambda$ und $T = 2\pi/(1 - \gamma\lambda)$ für $\lambda < 0$. Die Hopf-Kurve $\tau_H(\lambda)$ und die Pyragas-Kurve $\tau_P(\lambda) = nT$ lassen sich analytisch angeben und sind in Fig. 5 in der (λ, τ) -Ebene dargestellt. In Fig. 5 sind die Instabilitätsbereiche des Fixpunktes $z = 0$ schattiert. Auf der Pyragas-Kurve gilt nach Konstruktion $\tau_P = nT$, und der Rückkopplungsterm verschwindet. Verläuft die Pyragas-Kurve innerhalb des schattierten Bereiches, d.h. steiler als die Hopf-Kurve, so muss sie stabil sein, was wir sowohl durch direkte Simulation als auch durch Berechnung der Floquet-Multiplikatoren verifiziert haben. Diese Bedingung lässt sich analytisch als Bedingung an die komplexe Kontrollkraft b formulieren und ergibt einen Stabilisierungsbereich mit $\beta \neq 0$ in der komplexen b -Ebene. Tatsächlich durchquert der einzelne reelle Floquet-Multiplikator $\mu > 1$ bei einer bestimmten Kontrollamplitude b_0 den Einheitskreis in der komplexen Ebene und wird stabil. Da nicht tordierende instabile periodische Orbits, wie der bei einer subkritischen Hopf-Bifurkation erzeugte, in nichtlinearen Systemen in Physik, Chemie und Biologie häufig vorkommen, haben unsere Resultate große Bedeutung nicht nur für das Grundlagenverständnis der Pyragaskontrolle, sondern eröffnen auch breite Anwendungsmöglichkeiten.

4 Stabilisierung von deterministischen raum-zeitlichen Mustern

Ein weiteres aktuelles Anwendungsgebiet der deterministischen Pyragas-Kontrolle ist die Stabilisierung von instabilen raum-zeitlichen Mustern. Halbleiter haben sich neben den klassischen strukturbildenden Systemen als Modelle für komplexe Raum-Zeit-Dynamik etabliert [32]. Eine Reihe von Konzepten der selbstorganisierten Musterbildung sind in den letzten Jahren erfolgreich beim nichtlinearen Halbleitertransport getestet worden. Dabei richtet sich die Forschung vorwiegend auf Halbleiternanostrukturen wie z.B. Übergitter und resonante Tunneldioden [30].

Wir haben die resonante Tunneldiode (DBRT = *double barrier resonant tunneling diode*) durch ein nichtlineares Reaktions-Diffusions-System vom Aktivator-Inhibitor-Typ mit globaler Kopplung beschrieben [32]:

$$\frac{\partial a}{\partial t} = f(a, U) + \nabla [D(a) \nabla a] \quad (4)$$

wobei $a(x, t)$ die (dimensionslose) Elektronendichte im Quantentopf ist (*Aktivator*), die von der transversalen Koordinaten x (senkrecht zum Stromfluss) abhängt, und $U(t)$ die Spannung an der Diode (*Inhibitor*). Die nichtlineare, nichtmonotone Funktion $f(a, U) \equiv (J_{ew}(a, U) - J_{wc}(a))/e$ ist durch die Tunnel-Stromdichten $J_{ew}(x)$ und $J_{wc}(x)$ vom Emitter zum Quantentopf bzw. vom Quantentopf zum Kollektor gegeben und führt zu einer Z-förmigen, bistabilen Strom-Spannungs-Kennlinie. $D(a)$ ist ein effektiver Diffusionskoeffizient. Eine globale Kopplung ergibt sich aus der Kirchhoff-Gleichung für den angekoppelten Stromkreis mit einem Lastwiderstand R , einer Kapazität C und einer äußeren Spannung U_0 :

$$RC \frac{dU}{dt} = U_0 - U - R \int j dx \quad (5)$$

mit der Stromdichte $j = \frac{1}{2}(J_{ew}(a, U) + J_{wc}(a))$. Die globale Kopplung stellt das räumliche Integral über den Stromquerschnitt dar. Die Gleichungen (4),(5) zeigen reichhaltige raum-zeitliche chaotische Szenarien [19]. Durch zeitverzögerte Rückkopplung lassen sich instabile periodische raum-zeitliche Orbits stabilisieren, d.h. reguläre raum-zeitliche Muster wie Spiking oder atmende Stromfilamente werden über weite Bereiche der Kontrollparameter stabil gehalten. Dabei haben wir die Rückkopplung in verschiedener Weise (diagonal, lokal, global, oder nur in der Spannungsvariablen) realisiert und die Stabilisierungsbereiche und Floquetspektren verglichen.

Als weitere Nanostruktur betrachteten wir ein Halbleiter-Übergitter auf der Basis des in unserer Arbeitsgruppe entwickelten und intensiv untersuchten mikroskopischen Modells [32]. Es zeigt komplexe raum-zeitliche Muster, die durch die Wechselwirkung und Kollision von laufenden Ladungsdichte-Fronten erzeugt werden, und chaotische Bifurkationsszenarien, die für eine große Klasse von Frontsystemen typisch sind [16, 59]. Auch

hier untersuchten wir Chaoskontrolle durch zeitverzögerte Rückkopplung und entwickelten ein einfach zu implementierendes globales Kontrollverfahren, welches ein periodisches Frontmuster, das in dem chaotischen raum-zeitlichen Attraktor enthalten ist, stabilisiert. Auf diese Weise lassen sich durch Autosynchronisation über weite Bereiche der angelegten Spannung selbstgenerierte hochfrequente Stromoszillationen stabilisieren.

Die Ergebnisse zu diesen beiden Klassen von Nanostrukturen sind in einem Übersichtsartikel [19] zusammengefasst.

Darüberhinaus haben wir in Zusammenarbeit mit Teilprojekt B6 die Stabilisierung der Rotation von Spiralwellen in anregbaren Medien mit lokaler, diffusiver Kopplung durch rückkopplungsgestützte Kontrolle untersucht [5]. Dabei haben wir zwei verschiedene Kontrollverfahren angewandt und verglichen, nämlich proportionale Kontrolle und zeitverzögerte Rückkopplung. Als Modell diente ein Reaktions-Diffusions-System (2-Variablen- Oregonator), das zur Beschreibung der lichtempfindlichen Belousov-Zhabotinski(BZ)-Reaktion dient. Die rückkopplungsgestützte Kontrolle dieses gut handhabbaren klassischen Modellsystems wurde im Teilprojekt B6 auch experimentell realisiert. Als Ergebnis konnten wir zeigen, dass beide Verfahren die starre Rotation der Spiralkerne stabilisieren können, wobei die zeitverzögerte Rückkopplung im Vergleich zur proportionalen Kontrolle mit kleineren Kontrollamplituden auskommt, größere Latenzzeiten toleriert, aber einen schmaleren Kontrollbereich hat. Mit proportionaler Kontrolle kann die Spiralwelle zu einem vorgegebenen Punkt hin bewegt werden.

5 Zeitverzögerte Rückkopplungskontrolle rauschinduzierter Oszillationen

Ein Schwerpunkt unserer Arbeit lag im letzten Antragszeitraum auf der Kontrolle rauschinduzierter Oszillationen durch zeitverzögerte Rückkopplung. In Zusammenarbeit mit den vom Sonderforschungsbereich finanzierten Gastwissenschaftlern Dr. N. Janson und Dr. A. Balanov konnten wir erstmals zeigen, dass in nichtlinearen stochastischen Systemen, die ohne Rauschen keine autonomen Oszillationen zeigen, aber mit Rauschen in irregulärer Weise oszillieren, durch zeitverzögerte Rückkopplungskontrolle sowohl deren Regularität (Kohärenz) als auch deren Zeitskalen gezielt beeinflusst werden können [18]. Wir haben zunächst einfache generische Modelle studiert, und zwar den Van-der-Pol-Oszillator unterhalb der superkritischen Hopf-Bifurkation als Modell für ein System in der Nähe einer Bifurkation und das FitzHugh-Nagumo-Modell als Prototyp eines anregbaren Systems. Als quantitative Maße für die Kohärenz der Oszillation sind je nach System entweder die Korrelationszeit $t_{cor} = \int_0^\infty |\Psi(s)| ds$ mit der normierten Autokorrelationsfunktion $\Psi(s)$, die normierte Varianz der Interspike-Intervalle oder der Kohärenzfaktor $\beta = H\omega_1/\Delta\omega$ mit der Höhe H und Halbwertsbreite $\Delta\omega$ des dominanten spektralen Peaks bei ω_1 geeignet. Für

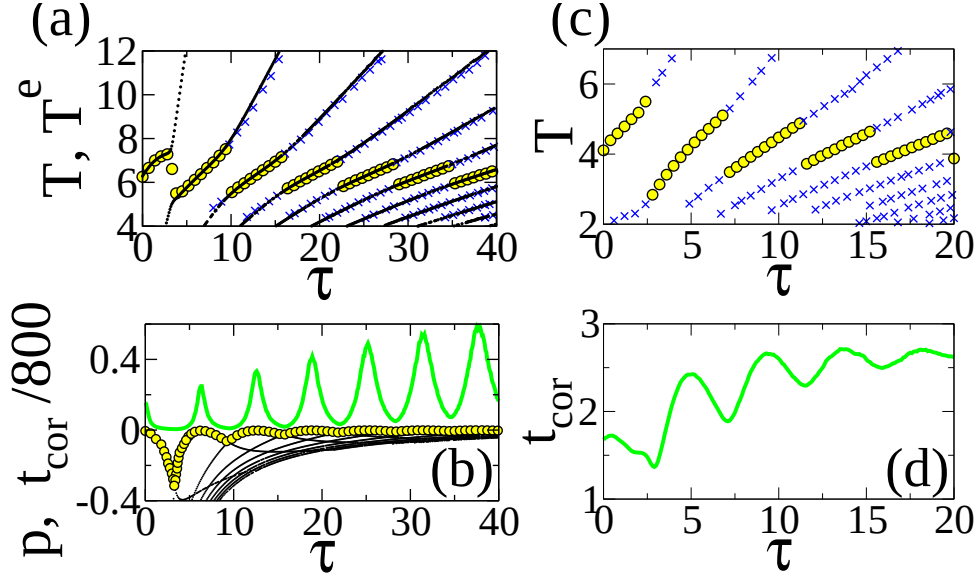


Abbildung 6: Kontrolle rauschinduzierter Oszillationen in Abhängigkeit von τ für $K = 0.2$. (a),(b): Van-der-Pol-Oszillator mit $D = 0.003, \varepsilon = -0.01, \omega_0 = 1$. (c),(d): FitzHugh-Nagumo-System mit $D = 0.09, \varepsilon = 0.01, a = 1.1$. (a),(c) Kreuze: T , Kreise: T_1 , Punkte: T^e . (b),(d) graue Kurve: t_{cor} , (b) schwarz: Realteile p der Eigenwerte, Kreise: p_1 . Nach [18].

beide Modellklassen untersuchten wir im Detail die Abhängigkeit der Korrelationszeit und der spektralen Eigenschaften von der Rauschintensität D und den Kontrollparametern τ und K [17, 18]. In Fig. 6 sind die Perioden $T = 2\pi/\omega$ aller spektralen Peaks und die Korrelationszeit t_{cor} als Funktion der Verzögerungszeit τ dargestellt. Die Korrelationszeit t_{cor} oszilliert ausgeprägt. Die dominante Periode $T_1 = 2\pi/\omega_1$ des jeweils höchsten spektralen Peaks lässt sich durch Variation von τ stark variieren; sie zeigt ein stückweise lineares Verhalten und springt jeweils, wenn die Korrelationszeit ein Minimum hat.

Beim Van-der-Pol-Oszillator konnten wir das Verhalten durch eine Analyse der Umgebung des Fixpunktes $x = y = 0$ quantitativ erklären, da sich das System knapp unterhalb einer lokalen Bifurkation befindet.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= y \\ \dot{y} &= (\varepsilon - x^2)y - \omega_0^2 x + K(y(t - \tau) - y(t)) + D\xi(t). \end{aligned} \quad (6)$$

Hier ist ε der Bifurkationsparameter: ohne Rauschen und für $K = 0$ findet bei $\varepsilon = 0$ eine superkritische Hopf-Bifurkation statt und für $\varepsilon < 0$ ist der Fixpunkt ein stabiler Fokus. $\xi(t)$ ist Gauß'sches weißes Rauschen:

$$\begin{aligned} \langle \xi(t) \rangle &= 0 \\ \langle \xi(t)\xi(t') \rangle &= \delta(t - t'). \end{aligned} \quad (7)$$

Die komplexen Eigenwerte $\lambda = p + iq$ (es gilt stets $p < 0$) des Fixpunktes der Delay-

Gleichung legen fest, welche Moden durch weißes Rauschen angeregt werden können: Der Eigenwert mit dem jeweils betragsmäßig kleinsten Realteil, d.h. der am wenigsten stabile, bestimmt die Korrelationszeit $t_{cor} \sim 1/|p|$ sowie die dominante Periode $T_1 = T^e \equiv 2\pi/q$ der rauschinduzierten Oszillationen; Wenn sich die Realteile zweier Moden überkreuzen, springt die dominante Periode auf den neuen Eigenwertzweig (Fig.6a, b). Sowohl das Rauschspektrum als auch die Korrelationszeit lassen sich in linearer Näherung analytisch berechnen [12, 14]. Darüber hinausgehend haben wir eine selbstkonsistente Mean-field-Näherung entwickelt [12], die selbst für relativ große Rauschintensitäten hervorragende Übereinstimmung mit den numerischen Resultaten ergibt (Fig.7,8). Hierzu wird der nicht-lineare Term

$$(\varepsilon - x^2) \approx (\varepsilon - \langle x^2 \rangle) \equiv \tilde{\varepsilon} \quad (8)$$

durch einen reskalierten Bifurkationsparameter $\tilde{\varepsilon}$ ersetzt und dieser selbstkonsistent aus der Varianz des somit erhaltenen multivariaten Ornstein-Uhlenbeck-Prozesses bestimmt:

$$\tilde{\varepsilon} = \frac{\varepsilon}{2} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2D^2}{\varepsilon^2 \omega_0^2}} \right) \quad (9)$$

Für diesen effektiven linearen Prozess lässt sich die Korrelationszeit für optimales $\tau = n \frac{2\pi}{\omega_0}$

$$t_{cor} = -\frac{2}{\pi p} = -\frac{4}{\pi \tilde{\varepsilon}} \left(1 + \frac{K}{2} \tau \right) \quad (10)$$

und das Rauschspektrum

$$S_{yy}(\omega) = \frac{D^2}{2\pi} \frac{\omega^2}{(\omega^2 - \omega_0^2 + \omega K \sin(\omega\tau))^2 + \omega^2(\tilde{\varepsilon} - K(1 - \cos(\omega\tau)))^2} \quad (11)$$

explizit analytisch berechnen [12]. Für optimal gewähltes τ wird die Korrelationszeit durch Kontrolle deutlich erhöht, für schlechtes ($\tau = (2n - 1) \frac{\pi}{\omega_0}$) sinkt sie praktisch auf Null.

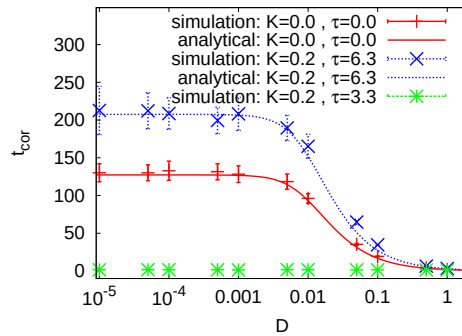


Abbildung 7: Korrelationszeit t_{cor} der rauschinduzierten Oszillationen im Van-der-Pol-System als Funktion der Rauschintensität D für $\omega_0 = 1$, $\varepsilon = -0.01$ (Symbole: Numerische Lösung; durchgezogene Linie: analytische mean-field-Näherung). Nach [12].

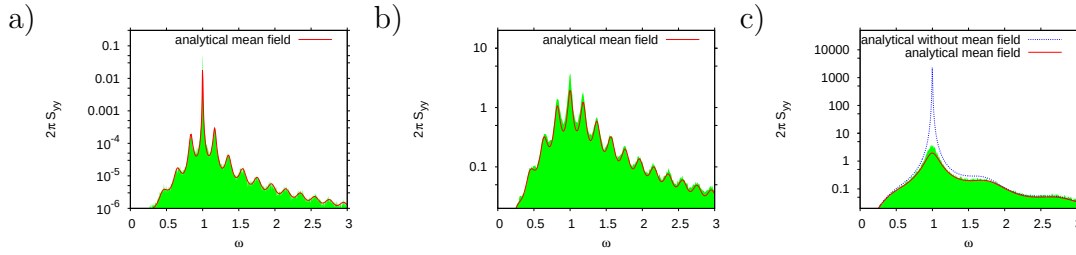


Abbildung 8: Spektrum $S_{yy}(\omega)$ der rauschinduzierten Oszillationen im Van-der-Pol-System unter zeitverzögerter Rückkopplung für $\omega_0 = 1$, $\varepsilon = -0.01$, $K = 0.2$: a) niedrige Rauschintensität $D = 0.003$, $\tau = 31.4$; b) hohe Rauschintensität $D = 0.5$, $\tau = 31.4$; c) $D = 0.5$, $\tau = 6.3$ Schattiert - numerische Simulation, Linie - analytische mean-field-Näherung. Nach [12].

Im Gegensatz zu der lokalen Dynamik des Van-der-Pol-Oszillators beschreibt das FitzHugh-Nagumo-Modell ein anregbares System mit globaler Dynamik und wird häufig zur Erklärung des Spiking-Verhaltens von Neuronen herangezogen:

$$\begin{aligned} \varepsilon \frac{dx}{dt} &= x - \frac{x^3}{3} - y, \\ \frac{dy}{dt} &= x + a + K(y(t - \tau) - y(t)) + D\xi(t). \end{aligned} \quad (12)$$

Für die Parameterwahl $\varepsilon = 0.01$ und $a = 1.1$ ist ein stabiler Knoten der einzige Attraktor des deterministischen Systems. Die zeitverzögerte Rückkopplungskontrolle (Fig.6c,d) lässt sich nun nicht mehr durch eine lokale Analyse erklären, jedoch haben wir zusammen mit Teilprojekt A4 ein diskretes Zustandsmodell entwickelt, das eine semianalytische Behandlung erlaubt [29].

Eine wichtige Erweiterung ist die Rückkopplungskontrolle von *gekoppelten* neuronalen Systemen, die wir anhand zweier symmetrisch-diffusiv gekoppelter FitzHugh-Nagumo-Gleichungen als Minimalmodell für zwei wechselwirkende Neuronen untersuchten [3]. Von praktischer Relevanz ist die Beeinflussung der gekoppelten Dynamik durch *lokale* Eingriffe, daher gingen wir der Frage nach, inwieweit die Rückkopplung auf eines der Subsysteme (y_1) das Kohärenz- und Synchronisationsverhalten des Gesamtsystems kontrollieren kann. In der Tat fanden wir, dass sich die Korrelationszeiten und die mittleren Interspike-Intervalle $\langle T_1 \rangle$, $\langle T_2 \rangle$ beider Subsysteme durch die Rückkopplungskontrolle steuern lässt. Ein weiteres interessantes Ergebnis ist, dass sich die *stochastische Synchronisation* der beiden Subsysteme - gemessen sowohl durch das Verhältnis $\langle T_1 \rangle / \langle T_2 \rangle$ (Frequenzsynchronisation) als auch durch den Synchronisationsindex $\gamma_{1,1}$ (Phasensynchronisation) - in beide Richtungen verändern lässt, d.h. die Synchronisation lässt sich je nach Wahl der Verzögerungszeit τ und der Kontrollamplitude K verstärken (hell) oder unterdrücken (dunkel, Fig.9). Insbesondere zeigt sich auch hier eine resonanzartige Abhängigkeit von τ . Besonders interessant ist dieses Resultat im Hinblick auf mögliche neuronale Anwendungen,

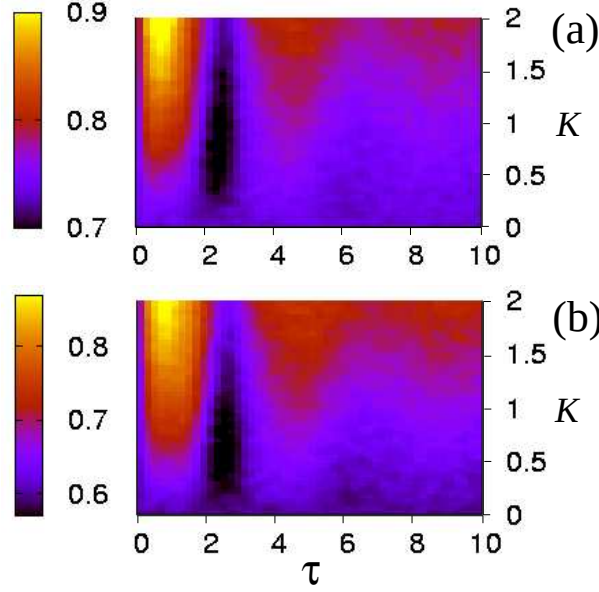


Abbildung 9: Zeitverzögerte Rückkopplungskontrolle zweier gekoppelter FitzHugh-Nagumo-Gleichungen mit $a = 1.05$, $\epsilon_1 = 0.005$, $\epsilon_2 = 0.1$, $D_1 = 0.6$, $D_2 = 0.09$ und Kopplungskonstante $C = 0.2$. (a) $\langle T_1 \rangle / \langle T_2 \rangle$, (b) Synchronisationsindex $\gamma_{1,1}$ in Abhängigkeit von der Kontrollamplitude K und der Verzögerung τ . Nach [3].

wo eine hohe Synchronisation oft mit einem krankhaften Zustand (Parkinson, Epilepsie) verknüpft ist, der sich offenbar durch lokale Rückkopplungskontrolle unterdrücken lässt. Ähnliche Effekte wurden im Teilprojekt C3 für Systeme sehr vieler *global* gekoppelter Neuronen mit *globaler* Rückkopplung gefunden [51, 52].

6 Zeitverzögerte Rückkopplungskontrolle rauschinduzierter Muster

Ein zentraler Punkt unseres Teilprojektes war die Anwendung der zeitverzögerten Rückkopplungskontrolle auf rauschinduzierte raum-zeitliche Muster in Reaktions-Diffusions-Systemen [9, 10, 30]. Das global gekoppelte Reaktions-Diffusions-Modell (4), (5), welches eine resonante Tunneliode beschreibt, haben wir durch Gauß'sches weißes Rauschen ξ , η in beiden Variablen und eine Rückkopplungsschleife im Stromkreis erweitert, d.h. eine Kontrollspannung $u(t) - u(t - \tau)$ wird an die (dimensionslose) Spannungsvariable u angekoppelt:

$$\frac{\partial a}{\partial t} = f(a, u) + \frac{\partial}{\partial x} \left(D(a) \frac{\partial a}{\partial x} \right) + D_a \xi(x, t) \quad (13)$$

$$\frac{du}{dt} = \frac{1}{\varepsilon} (U_0 - u - RJ) + D_u \eta(t) - K (u(t) - u(t - \tau)) \quad (14)$$

$J = \frac{1}{L} \int_0^L j dx$ ist der globale Strom, ε ist ein dimensionsloser Zeitskalenparameter. Das System zeigt für $D = 0$, $K = 0$ eine Hopf-Bifurkation, bei welcher der stabile, räumlich inhomogene filamentäre Fixpunkt in ein atmendes Stromfilament übergeht. Wählt man die Parameter unterhalb der Hopf-Bifurkation, so können durch Rauschen atmende filamentäre Muster induziert werden [10], deren zeitliche Kohärenz mit wachsendem D abnimmt, während gleichzeitig deren räumliche Homogenität zunimmt. Die Kohärenz dieser lokalisierten oszillierenden Muster kann durch zeitverzögerte Rückkopplung mit geeignetem τ drastisch verbessert werden (Fig.10, $\tau = 7$), obwohl die Kontrollkraft nur auf die räumlich homogene Spannungsvariable (14) wirkt [9]. Für andere Werte von τ (z.B. $\tau = 5$) hingegen wird die Korrelationszeit deutlich verschlechtert, vgl. auch Fig.11. Durch eine weitgehend analytische lineare Modenanalyse des inhomogenen Fixpunktes ist es uns gelungen, dieses Verhalten im Detail zu erklären. Tatsächlich verhält sich das Eigenwertspektrum ähnlich wie in Fig. 6b, und wir haben somit einen universellen Mechanismus der zeitverzögerten Rückkopplungskontrolle in der Nähe einer Hopf-Bifurkation auch in räumlich-inhomogenen Medien identifiziert.

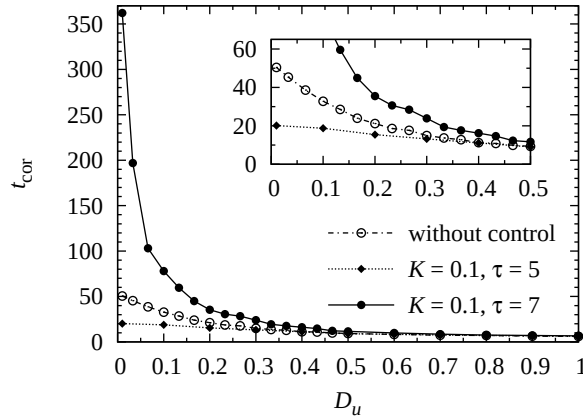


Abbildung 10: Korrelationszeit als Funktion der Rauschintensität für raum-zeitliche Muster in der resonanten Tunneldiode ohne ($K = 0$) und mit Kontrolle ($K = 0.1$, $\tau = 5$ oder $\tau = 7$). Je 100 Zeitserien der Länge $T = 10000$ wurden gemittelt. Der Ausschnitt zeigt eine Vergrößerung. Nach [9].

In Zusammenarbeit mit Teilprojekt B6 haben wir die zeitverzögerte Rückkopplungskontrolle auch auf rauschinduzierte laufende Pulse in einem *lokalen* Reaktions-Diffusions-System angewandt [4]. In einem 3-Variablen-Oregonator-Modell, das die lichtempfindliche Belousov-Zhabotinski-Reaktion beschreibt, fanden wir eine signifikante Variation der räumlichen und zeitlichen Kohärenz sowie der mittleren Periode mit der Verzögerungszeit.

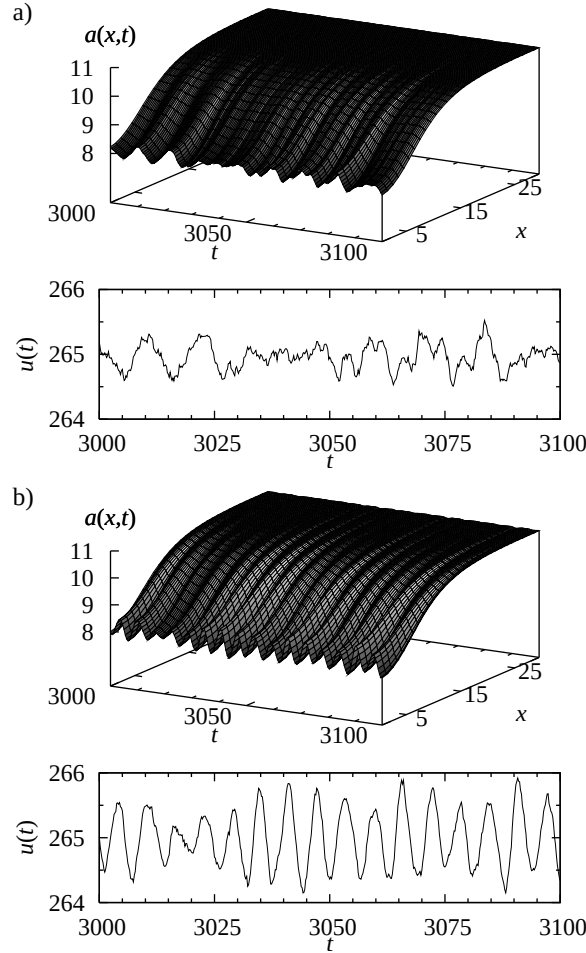


Abbildung 11: Raum-zeitliche Muster $a(x,t)$ und Spannung $u(t)$ in der resonanten Tunneliode für unterschiedliche Werte der Kontrollparameter: (a) $\tau = 4.0$, $K = 0.4$, (b) $\tau = 13.4$, $K = 0.1$. ($D_u = 0.1$, $D_a = 10^{-4}$). Nach [9].

7 Nichtlineare, chaotische und rauschinduzierte Frontdynamik in Nanostrukturen

Halbleiterübergittern sind durch eine abwechselnde Schichtenfolge von zwei verschiedenen Materialien aufgebaut; sie können als periodische Anordnung von Potentialbarrieren und dazwischen liegenden Quantentöpfen aufgefasst werden. Bei genügend großer angelegter Feldstärke kommt es durch resonantes Tunneln zwischen dem Grundzustand in einem Quantentopf und dem angeregten Zustand im benachbarten Quantentopf zu einer stark nichtlinearen, gepeakten Stromdichte-Feld-Kennlinie. Dieses System zeigt sehr reichhaltige deterministische raum-zeitliche Strukturen und Bifurkationsszenarien [16]. Bei geeigneten Randbedingungen am emittierenden Kontakt wird dort eine Ladungsträgeranhäufungs- oder -verarmungsfront generiert, die sich zum Kollektor hin bewegt.

Diese Fronten trennen Bereiche hoher und niedriger Feldstärke (Hoch- bzw. Niederfeld-domänen) in Form eines Kink- bzw. Antikinkprofils. Je nach Randbedingungen bilden sich stationäre oder laufende Fronten aus. Da die Front im stationären Fall prinzipiell in jedem der Quantentöpfe lokalisiert sein kann, liegt ein System mit hoher Multistabilität vor. Ist die Kontaktleitfähigkeit gering, werden laufende Fronten generiert, die vom Emitter zum Kollektor laufen und zu selbstgenerierten periodischen oder chaotischen Stromoszillationen führen. Die unterschiedlichen Geschwindigkeiten der Anhäufungs- und Verarmungs-Fronten hängen von der Zahl der im System vorhandenen Fronten ab; dabei kann es zu Kollision und Annihilation von Frontpaaren mit entgegengesetzter Ladung kommen. Die chaotischen Frontmuster entstehen durch irreguläre Sequenzen der Annihilation von Frontpaaren an unterschiedlichen Positionen innerhalb des Übergitters [16].

Wir haben dieses räumlich-eindimensionale Modell durch Berücksichtigung der lateralen Ladungsumverteilung senkrecht zum Stromfluss auf zwei räumliche Dimensionen verallgemeinert und die gekoppelte laterale und vertikale Ladungsdynamik studiert [15].

Ein weiterer Schwerpunkt betraf die Erweiterung des Modells um Rauschterme [2]. Die zeitliche Entwicklung der Elektronendichten n_i im i -ten Quantentopf ist dann durch die folgende Kontinuitätsgleichung gegeben:

$$e \frac{dn_i}{dt} = J_{i-1 \rightarrow i} + D\xi_i(t) - J_{i \rightarrow i+1} - D\xi_{i+1}(t), \quad i = 1, \dots, N, \quad (15)$$

wobei die Stromdichten $J_{i-1 \rightarrow i}(n_{i-1}, n_i, F_i)$ vom Topf $i-1$ zum Topf i (sequentielles resonantes Tunneln) als nichtlineare Funktionen von n_{i-1} , n_i und F_i durch ein mikroskopisches Modell gegeben sind; $D\xi_i(t)$ ist die zugehörige Stromfluktuation (Gauß'sches weißes Rauschen), $e < 0$ ist die Elektronenladung und N die Zahl der Quantentöpfe im Übergitter. Die Elektronendichten n_i und die elektrischen Felder F_i sind wie folgt gekoppelt:

$$\epsilon_r \epsilon_0 (F_i - F_{i-1}) = e(n_i - N_D) \quad i = 1, \dots, N \quad (16)$$

N_D ist die Dotierungskonzentration, ϵ_r und ϵ_0 sind die relative und absolute Dielektrizitätskonstante. Der gesamte Spannungsabfall U am Übergitter (Periodenlänge d) stellt eine globale Zwangsbedingung für die Felder dar:

$$U = -d \sum_{i=0}^N F_i. \quad (17)$$

Wählt man die Parameter so, dass das deterministische System nur stationäre Fronten hat, so kann durch die Rauschterme die globale Dynamik drastisch geändert werden und laufende Fronten können induziert werden (Fig.12). Diese rauschinduzierten Fronten zeigen ausgeprägte Kohärenzresonanz (Fig.13). Wir konnten zeigen, dass dieses Verhalten die Signatur einer globalen Bifurkation im dazu gehörigen deterministischen raum-zeitlichen System widerspiegelt: eine Sattel-Knoten-Bifurkation auf einem Grenzzyklus (saddle-node infinite period bifurcation, SNIPER). Somit haben wir ein System mit anregbarer raum-zeitlicher Frontdynamik identifiziert.

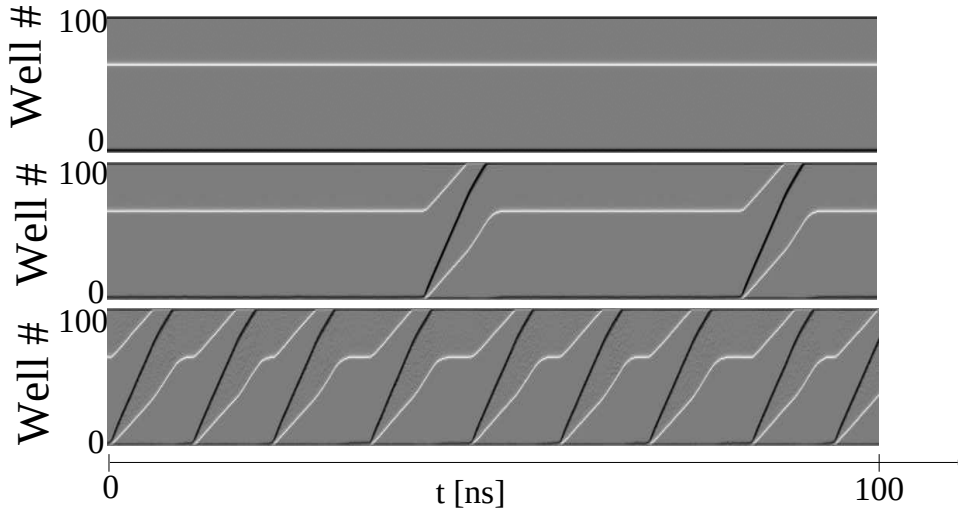


Abbildung 12: Rauschinduzierte laufende Fronten in einem Halbleiter-Übergitter: Raum-Zeit-Diagramm der Elektronendichte für (a) $D=0$, (b) $D = 0.5 \text{ As}^{1/2}/\text{mm}^2$, (c) $D = 2.0 \text{ As}^{1/2}/\text{mm}^2$. Helle und dunkle Schattierung bezeichnen Ladungsanhäufung bzw. -verarmung. Der Emitter ist unten. Nach [2].

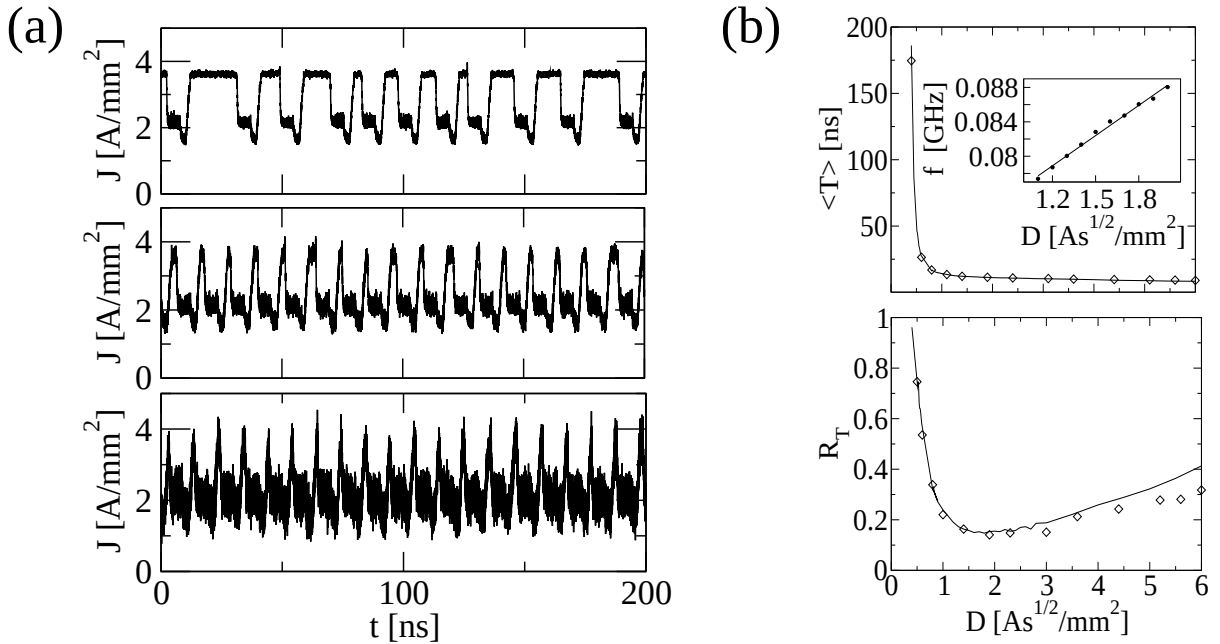


Abbildung 13: (a) Stromdichte $J(t)$ in einem Halbleiter-Übergitter. Von oben nach unten: $D = 0.8$, $D = 2.0$, $D = 5.0 \text{ As}^{1/2}/\text{mm}^2$. (b) Mittleres Interspike-Intervall (oben) und dessen normierte Standardabweichung R_T (unten) als Funktion von D . Das Minimum von R_T entspricht der Kohärenzresonanz. Der Ausschnitt in (b) zeigt die lineare Skalierung der Peakfrequenz des Rauschspektrums für kleine D . Nach [2].

In einem anderen Parameterbereich zeigt das System eine Hopf-Bifurkation der stationären Fronten [8]. Knapp unterhalb dieser Hopf-Bifurkation treten rauschinduzierte Os-

zillationen der Fronten auf. Durch eine zeitverzögerte Rückkopplungsschleife konnten wir diese rauschinduzierten Oszillationen kontrollieren [8], d.h. die Korrelationszeiten werden bei optimaler Wahl von τ vergrößert, die Peaks des Rauschspektrums werden schärfer, und die dominante Periode zeigt ähnliches Verhalten in Abhängigkeit von τ wie in den oben beschriebenen rein zeitlichen Modellen.

8 Liste der aus dem Teilprojekt seit der letzten Antragstellung entstandenen Publikationen

I. Referierte Beiträge

a) in wissenschaftlichen Zeitschriften

- [1] S. Schikora, P. Hövel, H.-J. Wünsche, E. Schöll, and F. Henneberger: *All-optical noninvasive control of unstable steady states in a semiconductor laser*, Phys. Rev. Lett. **97**, 213902 (2006).
- [2] J. Hizanidis, A. G. Balanov, A. Amann, and E. Schöll: *Noise-induced front motion: signature of a global bifurcation*, Phys. Rev. Lett. **96**, 244104 (2006).
- [3] B. Hauschildt, A. G. Balanov, N. B. Janson, and E. Schöll: *Control of noise-induced cooperative dynamics in coupled neural models*, Phys. Rev. E **74**, 051906 (2006).
- [4] A. G. Balanov, V. Beato, N. B. Janson, H. Engel, and E. Schöll: *Delayed feedback control of noise-induced patterns in excitable media*, Phys. Rev. E **74**, 016214 (2006).
- [5] J. Schlesner, V. Zykov, H. Engel, and E. Schöll: *Stabilization of unstable rigid rotation of spiral waves in excitable media*, Phys. Rev. E **74**, 046215 (2006).
- [6] S. Yanchuk, M. Wolfrum, P. Hövel, and E. Schöll: *Control of unstable steady states by long delay feedback*, Phys. Rev. E **74**, 026201 (2006).
- [7] A. Amann, E. Schöll, and W. Just: *Some basic remarks on eigenmode expansions of time-delay dynamics*, Physica A **373**, 191 (2007).
- [8] J. Hizanidis, A. G. Balanov, A. Amann, and E. Schöll: *Noise-induced oscillations and their control in semiconductor superlattices*, Int. J. Bifur. Chaos **16**, 1701 (2006).
- [9] G. Stegemann, A. G. Balanov, and E. Schöll: *Delayed feedback control of stochastic spatiotemporal dynamics in a resonant tunneling diode*, Phys. Rev. E **73**, 016203 (2006).

- [10] G. Stegemann, A. G. Balanov, and E. Schöll: *Noise-induced pattern formation in a semiconductor nanostructure*, Phys. Rev. E **71**, 016221 (2005).
- [11] P. Hövel and E. Schöll: *Control of unstable steady states by time-delayed feedback methods*, Phys. Rev. E **72**, 046203 (2005).
- [12] J. Pomplun, A. Amann, and E. Schöll: *Mean field approximation of time-delayed feedback control of noise-induced oscillations in the Van der Pol system*, Europhys. Lett. **71**, 366 (2005).
- [13] A. G. Balanov, N. B. Janson, and E. Schöll: *Delayed feedback control of chaos: Bifurcation analysis*, Phys. Rev. E **71**, 016222 (2005).
- [14] E. Schöll, A. G. Balanov, N. B. Janson, and A. Neiman: *Controlling stochastic oscillations close to a Hopf bifurcation by time-delayed feedback*, Stoch. Dyn. **5**, 281 (2005).
- [15] A. Amann and E. Schöll: *Coupled lateral and vertical electron dynamics in semiconductor superlattices*, Phys. Rev. B **72**, 165319 (2005).
- [16] A. Amann and E. Schöll: *Bifurcations in a system of interacting fronts*, J. Stat. Phys. **119**, 1069 (2005).
- [17] A. G. Balanov, N. B. Janson, and E. Schöll: *Control of noise-induced oscillations by delayed feedback*, Physica D **199**, 1 (2004).
- [18] N. B. Janson, A. G. Balanov, and E. Schöll: *Delayed feedback as a means of control of noise-induced motion*, Phys. Rev. Lett. **93**, 010601 (2004).
- [19] E. Schöll: *Pattern formation in semiconductors: control of spatio-temporal dynamics*, Ann. Phys. (Leipzig) **13**, 403 (2004), Special Topic Issue, ed. by R. Friedrich, T. Kuhn and S. Linz.

b) auf wesentlichen Fachkongressen

- [20] E. Schöll, J. Hizanidis, A. G. Balanov, and A. Amann: *Noise-induced current oscillations in superlattices: from stationary to moving domains*, in *Proc. 28th Int. Conference on Physics of Semiconductors ICPS-28, Vienna*, edited by W. Jantsch and F. Schaffler (Springer, Berlin, 2006).
- [21] K. Lüdge and E. Schöll: *Current instabilities in resonant tunneling quantum dot structures*, in *Proc. 28th Int. Conference on Physics of Semiconductors ICPS-28, Vienna*, edited by W. Jantsch and F. Schaffler (Springer, Berlin, 2006).

- [22] J. Hizanidis, A. G. Balanov, A. Amann, and E. Schöll: *Control of noise-induced oscillations in superlattices by delayed feedback*, in *Proc. 18th Internat. Conf. on Noise and Fluctuations (ICNF-2005)*, edited by T. Gonzales, J. Mateos, and D. Pardo (American Institute of Physics, Melville, New York, 2005), vol. 780, pp. 41–44, ISBN 0-7354-0267-1.
- [23] E. Schöll, G. Stegemann, A. Amann, and A. G. Balanov: *Noise-induced patterns in semiconductor nanostructures and time-delayed feedback control*, in *Proc. 18th Internat. Conf. on Noise and Fluctuations (ICNF-2005)*, edited by T. Gonzales, J. Mateos, and D. Pardo (American Institute of Physics, Melville, New York, 2005), vol. 780, pp. 37–40, ISBN 0-7354-0267-1.
- [24] E. Schöll, J. Pomplun, A. Amann, A. G. Balanov, and N. B. Janson: *Time-delay feedback control of nonlinear stochastic oscillations*, in *Proc. 5th EUROMECH Non-linear Dynamics Conference ENOC-2005, Eindhoven*, edited by D. H. van Campen, M. D. Lazurko, and W. P. J. M. van den Oever (Eindhoven University of Technology, Eindhoven, Netherlands, 2005), pp. 08–237, ISBN 90 386 2667 3.
- [25] J. Schlesner, A. Amann, N. B. Janson, W. Just, and E. Schöll: *Self-stabilization of chaotic domain oscillations in superlattices by time-delayed feedback control*, *13th Internat. Conf. on Nonequilibrium Carrier Dynamics in Semiconductors (HCIS-13)*, Modena, Semicond. Sci. Technol. **19**, S34 (2004).
- [26] M. Bär, H. Engel, E. Schöll, and A. Torcini (Editors): *Trends in Pattern Formation: Stability, Control and Fluctuations* (Elsevier, Amsterdam, 2004), Special Issue of Physica D, Vol. 199 (no.1,2), pp.1-277.

c) in Monographien

- [27] E. Schöll: *Avalanche breakdown; Diodes; Drude model; Semiconductor oscillators*, in *Encyclopedia of Nonlinear Science*, edited by A. Scott (Routledge, London, 2005).

d) in wissenschaftlichen Zeitschriften, zur Publikation eingereicht

- [28] B. Fiedler, V. Flunkert, M. Georgi, P. Hövel, and E. Schöll: *Refuting the odd number limitation of time-delayed feedback control*, submitted to Phys. Rev. Lett. (2006), <http://arxiv.org/abs/nlin.CD/0609056>.
- [29] T. Prager, L. Schimansky-Geier, and E. Schöll: *Delayed feedback in excitable systems*, submitted (2006).

II. Nicht-referierte wissenschaftliche Arbeiten

in Monographien

- [30] E. Schöll, J. Hizanidis, P. Hövel, and G. Stegemann: *Pattern formation in semiconductors under the influence of time-delayed feedback control and noise*, in *Analysis and control of nonlinear processes in physics, chemistry and biophysics*, edited by L. Schimansky-Geier, B. Fiedler, J. Kurths, and E. Schöll (World Scientific, Singapore, 2007), to be published.
- [31] E. Schöll: *Nonlinear dynamics and pattern formation in semiconductor systems*, in *Collective Dynamics of Nonlinear and Disordered Systems*, edited by G. Radons, W. Just, and W. Häussler (Springer, Berlin, 2005), pp. 39–59.
- [32] E. Schöll: *Nonlinear spatio-temporal dynamics and chaos in semiconductors* (Cambridge University Press, Cambridge, 2005), 406 pages, Paperback Edition, ISBN-10 0-521-01789-0

Weitere Literaturangaben zum Teilprojekt

- [33] H. Haken: *Synergetics, An Introduction* (Springer, Berlin, 1983), 3rd ed.
- [34] A. S. Mikhailov: *Foundations of Synergetics Vol. I* (Springer, Berlin, 1994), 2nd ed.
- [35] H. G. Schuster: *Handbook of chaos control* (Wiley-VCH, Weinheim, 1999).
- [36] K. Pyragas: *Continuous control of chaos by self-controlling feedback*, Phys. Lett. A **170**, 421 (1992).
- [37] J. E. S. Socolar, D. W. Sukow, and D. J. Gauthier: *Stabilizing unstable periodic orbits in fast dynamical systems*, Phys. Rev. E **50**, 3245 (1994).
- [38] Hu Gang, T. Ditzinger, C. Ning, and H. Haken: *Stochastic resonance without external periodic force*, Phys. Rev. Lett. **71**, 807 (1993).
- [39] A. Pikovsky and J. Kurths: *Coherence resonance in a noise-driven excitable system*, Phys. Rev. Lett. **78**, 775 (1997).
- [40] A. A. Zaikin, J. García-Ojalvo, L. Schimansky-Geier, and J. Kurths: *Noise induced propagation in monostable media*, Phys. Rev. Lett. **88**, 010601 (2002).
- [41] B. Lindner, J. García-Ojalvo, A. Neiman, and L. Schimansky-Geier: *Effects of noise in excitable systems*, Phys. Rep. **392**, 321 (2004).
- [42] O. V. Ushakov, H.-J. Wünsche, F. Henneberger, I. A. Khovanov, L. Schimansky-Geier, and M. A. Zaks: *Coherence resonance near a Hopf bifurcation*, Phys. Rev. Lett. **95**, 123903 (2005).

- [43] G. J. E. Santos, J. Escalona, and P. Parmananda: *Regulating noise-induced spiking using feedback*, Phys. Rev. E **73**, 042102 (2006).
- [44] E. Schöll: *Nonequilibrium Phase Transitions in Semiconductors* (Springer, Berlin, 1987).
- [45] M. P. Shaw, V. V. Mitin, E. Schöll, and H. L. Grubin: *The Physics of Instabilities in Solid State Electron Devices* (Plenum Press, New York, 1992).
- [46] E. Schöll and K. Pyragas: *Tunable semiconductor oscillator based on self-control of chaos in the dynamic Hall effect*, Europhys. Lett. **24**, 159 (1993).
- [47] O. Beck, A. Amann, E. Schöll, J. E. S. Socolar, and W. Just: *Comparison of time-delayed feedback schemes for spatio-temporal control of chaos in a reaction-diffusion system with global coupling*, Phys. Rev. E **66**, 016213 (2002).
- [48] N. Baba, A. Amann, E. Schöll, and W. Just: *Giant improvement of time-delayed feedback control by spatio-temporal filtering*, Phys. Rev. Lett. **89**, 074101 (2002).
- [49] W. Just, S. Popovich, A. Amann, N. Baba, and E. Schöll: *Improvement of time-delayed feedback control by periodic modulation: analytical theory of Floquet mode control scheme*, Phys. Rev. E **67**, 026222 (2003).
- [50] W. Just, H. Benner, and E. Schöll: *Control of chaos by time-delayed feedback: a survey of theoretical and experimental aspects*, in *Advances in Solid State Physics*, edited by B. Kramer (Springer, Berlin, 2003), vol. 43, pp. 589–603.
- [51] M. G. Rosenblum and A. S. Pikovsky: *Delayed feedback control of collective synchrony: An approach to suppression of pathological brain rhythms*, Phys. Rev. E **70**, 041904 (2004).
- [52] M. G. Rosenblum and A. S. Pikovsky: *Controlling synchronization in an ensemble of globally coupled oscillators*, Phys. Rev. Lett. **92**, 114102 (2004).
- [53] W. Just, T. Bernard, M. Ostheimer, E. Reibold, and H. Benner: *Mechanism of time-delayed feedback control*, Phys. Rev. Lett. **78**, 203 (1997).
- [54] H. Nakajima: *On analytical properties of delayed feedback control of chaos*, Phys. Lett. A **232**, 207 (1997).
- [55] H. Nakajima and Y. Ueda: *Limitation of generalized delayed feedback control*, Physica D **111**, 143 (1998).
- [56] I. Harrington and J. E. S. Socolar: *Limitation on stabilizing plane waves via time-delay feedback*, Phys. Rev. E **64**, 056206 (2001).

- [57] K. Pyragas, V. Pyragas, and H. Benner: *Delayed feedback control of dynamical systems at subcritical Hopf bifurcation*, Phys. Rev. E **70**, 056222 (2004).
- [58] V. Pyragas and K. Pyragas: *Delayed feedback control of the Lorentz system: An analytical treatment at a subcritical Hopf bifurcation*, Phys. Rev. E **73**, 036215 (2006).
- [59] A. Amann, K. Peters, U. Parlitz, A. Wacker, and E. Schöll: *A hybrid model for chaotic front dynamics: From semiconductors to water tanks*, Phys. Rev. Lett. **91**, 066601 (2003).
- [60] H.-J. Wünsche, S. Bauer, J. Kreissl, O. Ushakov, N. Korneyev, F. Henneberger, E. Wille, H. Erzgräber, M. Peil, W. Elsässer, and I. Fischer: *Synchronization of delay-coupled oscillators: A study of semiconductor lasers*, Phys. Rev. Lett. **94**, 163901 (2005).
- [61] O. Ushakov, S. Bauer, O. Brox, H.-J. Wünsche, and F. Henneberger: *Self-organization in semiconductor lasers with ultra-short optical feedback*, Phys. Rev. Lett. **92**, 043902 (2004).
- [62] W. Gerstner and W. Kistler: *Spiking neuron models* (Cambridge University Press, Cambridge, 2002).
- [63] F. Plenge, P. Rodin, E. Schöll, and K. Krischer: *Breathing current domains in globally coupled electrochemical systems: A comparison with a semiconductor model*, Phys. Rev. E **64**, 056229 (2001).
- [64] K. A. Hossmann: *Periinfarct depolarizations*, Cerebrovasc Brain Metab Rev. **8**, 195 (1996).
- [65] M. A. Dahlem and E. P. Chronicle: *A computational perspective on migraine aura*, Prog. Neurobiol. **74**, 351 (2004).
- [66] M. A. Dahlem and S. C. Müller: *Reaction-diffusion waves in neuronal tissue and the window of cortical excitability*, Ann. Phys. **13**, 442 (2004).
- [67] A. Winfree: *Varieties of spiral wave behaviour: An experimentalist's approach to the theory of excitable media*, Chaos **1**, 303 (1991).