Technische Universität Berlin – Institut für Theoretische Physik 21. Mai 2008

Prof. Dr. Holger Stark http://www.itp.tu-berlin.de/menue/lehre/lv/ss08/pvbs/quant/
Dr. Vasily Zaburdaev
Dipl. Phys. Sebstian Heidenreich Christin David
Dipl. Phys. Valentin Flunkert Christopher Wollin

6. Übungsblatt zur Theoretische Physik II Quantenmechanik

Abgabe: Montag 2.06. bis 12:00 in den Briefkasten
Achtung: Unbedingt den eigenen Namen und Matrikelnr. sowie den Namen des Tutors und das Tutorium angeben. **Der Zettel wird sonst nicht korrigiert!**

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte!

Aufgabe 17 (10 Punkte): *Impulsdarstellung*

1. Berechnen Sie den Ortsoperator in der Impulsdarstellung. *Hinweis: Verwenden Sie die Fourier-Transformation.*
2. Stellen Sie die eindimensionale Schrödinger-Gleichung (mit einem Potenzial $U(x)$) in Impulsdarstellung $\varphi(p, t)$ auf.
Hinweis: Fourier-transformieren Sie $\psi(x, t)$ und benutzen Sie partielle Integration.
3. Wie lautet die zugehörige stationäre Schrödinger-Gleichung?

Aufgabe 18 (10 Punkte): *Doppel-δ-Potential*

Eine einfache Beschreibung für das Elektron im H_2^+-Ion ist durch folgendes Modellpotenzial gegeben:

$$V(x) = -\frac{e^2}{\pi\epsilon_0}\big(\delta(x-a) + \delta(x+a)\big).$$

Die Lösung der Wellenfunktion lautet:

$$\varphi(x) = A_\pm \begin{cases} e^{kx} & \text{für } -\infty < x < -a \\ \frac{\pm e^{-ka}}{e^{ka} \pm e^{-ka}} \left(e^{kx} \pm e^{-kx}\right) & \text{für } -a < x < a \\ \pm e^{-kx} & \text{für } a < x < \infty \end{cases}$$

mit $A_\pm = \left(e^{ka} \pm e^{-ka}\right)\sqrt{k}\left(2 \pm 2e^{-ka} \pm 4ake^{-2ka}\right)^{-1/2}$.

1. Leite ausgehend von der Lösung der Wellenfunktion eine Bestimmungsgleichung für die Energie $E(a)$ des gebundenen Elektrons her.
Hinweis: Betrachte dazu die Ableitung der Wellenfunktion an den Unstetigkeitsstellen.
2. Zeige durch eine graphische Überlegung, dass zu jedem Kernabstand $2a$ genau eine *symmetrische* Lösung der stationären Schrödingergleichung mit Energie $E_+ < 0$ (gebundenes Elektron) existiert.
3. Zeige, dass es eine weitere *antisymmetrische* Lösung mit Energie $E_- < 0$ gibt, wenn für den Kernabstand $2a > \pi\hbar\epsilon_0/(me^2)$ gilt.

6. Übung TPII SS2008

Aufgabe 19 (10 Punkte): *Non-symmetric potential well*

For the potential given on Fig.1 ($U_1 \leq U_2$):

1. find a condition which assures that there is at least one bounded state in this potential.
2. For the limiting case of the symmetric potential $U_1 = U_2 = U_0$ find a transcendental equation for determining the discrete energy levels.
3. Show that for a very shallow potential well ($U_0 \ll \hbar^2/ma^2$) there is only one level and it has the following energy:
$$E_0 = U_0 - \frac{ma^2}{2\hbar^2} U_0^2.$$