Prof. Dr. Holger Stark

http://www.itp.tu-berlin.de/menue/lehre/lv/ss08/pvbs/quant/

Dr. Vasily Zaburdaev

Dipl. Phys. Sebstian Heidenreich Dipl. Phys. Valentin Flunkert

Christin David Christopher Wollin

# 7. Übungsblatt zur Theoretische Physik II Quantenmechanik

Abgabe: Montag 9.06. bis 12:00 in den Briefkasten

Achtung: Unbedingt den eigenen Namen und Matrikelnr. sowie den Namen des Tutors und das Tutorium angeben. Der Zettel wird sonst nicht korrigiert!

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte!

## Aufgabe 20 (10 Punkte): Chemische Bindung

In der Aufgabe 18 wurde für eine einfache Beschreibung des Elektrons im  $H_2^+$ -Ion das Doppel- $\delta$ potenzial diskutiert. Addiert man zusätzlich zu den Energieeigenwerten des Elektrons die Coulomb-Abstoßung  $e^2/(2a)$ , dann erhält man eine Näherung für die Gesamtenergie des Ions:

$$E_{ges}(a) = E(a) + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{2a}$$

1. Geben Sie zunächst ausgehend von  $k=\frac{me^2}{\hbar^2\pi\epsilon_0}(1\pm e^{-2ka})$  die Energie des gebundenen Elektrons  $(E=-\frac{\hbar^2k^2}{2m})$  für a=0 und  $a\to\infty$  an.

2. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung für  $E_{ges}(a)$ .

Verwenden Sie die Lambert W-Funktion: W(z) = v, wenn  $z = ve^v$  ist.

3. Geben Sie eine genäherte Lösung für  $E_{qes}(a)$  an.

Hinweis: 
$$W(z) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-n)^{(n-1)}}{n!} z^n$$

4. Stellen Sie die Energie  $E_{qes}(a)$  für den symmetrischen bzw. den antisymmetrischen Zustand graphisch dar. Diskutieren Sie die Bedeutung der Graphen.

Es ist einfacher  $E_{ges}(\eta)$  mit dem skalierten Abstand  $\eta=\frac{e^2}{\pi\epsilon_0}\frac{2am}{\hbar^2}$  graphisch darzustellen. Der Term  $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{2a}$  lässt sich dann als  $\alpha/\eta$  schreiben. Wählen Sie für das skalierte  $e^2$  den Wert 0.1, d.h.  $\alpha=0.1$ .

5. Skizzieren Sie die Form der Wellenfunktion des gebundenen Elektrons.

## 7. Übung TPII SS2008

### Aufgabe 21 (10 Punkte): Potential well separated by a delta peak

A potential well of infinite depth is separated in the middle by a delta peak:  $V(x) = \alpha \delta(x)$  for |x| < a and  $V = \infty$  for |x| > a.

- 1. Show that when  $m\alpha a/\hbar^2\gg 1$ , the lower part of the spectrum  $(E\ll \frac{m\alpha^2}{2\hbar^2})$  consists of a sequence of pairs. The two energy levels of each pair are very close to each other.
- 2. How does the energy spectrum look like for the excited states  $(E\gg \frac{m\alpha^2}{2\hbar^2})$  under the same conditions?

## Aufgabe 22 (10 Punkte): Scattering on a delta-like potential

Find expressions for the transmission and reflection coefficients for the process of scattering on a delta peak potential:  $V(x)=\alpha\delta(x)$   $(\alpha>0)$ . Show that the same answers could be obtained from the general formula of scattering on the rectangular potential barrier (see the lectures) by taking the following limit. The height of the potential  $U_0\to\infty$ , the width of the barrier  $b\to 0$  in such a way that  $U_0b\to\alpha={\rm const.}$