

10. Übungsblatt zur Theoretischen Physik IIIa

Abgabe: Mittwoch 02.07.08 vor der Vorlesung

Rückgabe der Abgaben: 4. Juli 2008 im EW 633

Klausurtermin: 8. Juli 2008 zur Vorlesungszeit

Störungstheorie

Aufgabe 24(17 Punkte): *Ausdehnung des Atomkerns*

Bisher haben wir den Atomkern stets als einzelnen Punkt angenommen, an dem die Kernladung vereinigt ist. Eine räumlich Ausdehnung wurde dabei vernachlässigt. Betrachten Sie nun den Fall, dass das elektrostatische Potenzial des Kerns eines wasserstoffartigen Atoms mit Kernladungszahl Z durch das Potenzial einer homogen geladenen Kugel mit Radius R angenähert wird:

$$U_{Kern} = \begin{cases} -\frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{R} \left[3 - \left(\frac{r}{R}\right)^2 \right] & \text{für } r \leq R \\ -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r} & \text{für } r > R \end{cases},$$

wobei der Kernradius R als sehr klein gegen den Bohr'schen Radius angenommen wird.

1. Wiederholen Sie die Herleitung des Potenzials einer homogen geladenen Kugel und geben Sie die wesentlichen Zwischenschritte der Herleitung an.
Hinweis: Eine Erinnerung an die Vorlesung und Übung zur Elektrodynamik hilft weiter.
2. Skizzieren Sie den Verlauf des Potenzials U_{Kern} und erläutern Sie die Abweichungen zum Fall des reinen (Punkt-)Coulomb-Potenzials.
3. Bestimmen Sie das Störpotenzial (Abweichung vom (Punkt-)Coulomb-Potenzial) und berechnen Sie die Energiekorrektur erster Ordnung.
Hinweis: Verwenden Sie die Näherung, dass der Kernradius R als sehr klein gegen den Bohr'schen Radius angenommen wird.
4. Warum werden nur die Energien der s-Zustände verschoben?

Aufgabe 25(23 Punkte): *Wasserstoffatom im elektrischen Feld*

Betrachten Sie das Wasserstoffatom im statischen, homogenen elektrischen Feld (in z -Richtung). Das Potenzial $\hat{U}_E = eEz = eEr \cos\theta$ kann als kleine Störung zum Hamilton-Operator des Wasserstoffatoms aufgefasst werden.

1. Prüfen Sie, ob \hat{U}_E mit den Drehimpulsoperatoren \hat{L}_z oder \hat{L}^2 vertauscht.
2. Wie groß ist die Entartung des ersten angeregten Zustands (ohne Spin)? Geben Sie die möglichen Kombinationen der Quantenzahlen an.
3. Berechnen Sie für den ersten angeregten Zustand ($n = 2$) die Energiekorrekturen erster Ordnung.
Hinweis: Überlegen Sie vorher, welche der Matrixelemente $\langle n'l'm_l | \hat{U}_E | nlm_l \rangle$ verschwinden, wobei $|nlm_l\rangle$ die ungestörten Eigenzustände bezeichnet. Berechnen Sie die nicht verschwindenden Matrixelemente in der Ortsdarstellung.
4. Begründen Sie, ob die Entartung durch das Potenzial \hat{U}_E vollständig aufgehoben ist oder nicht.