

6. Übungsblatt zur Theoretischen Physik IIIa

Abgabe: Mittwoch 04.06.08 vor der Vorlesung

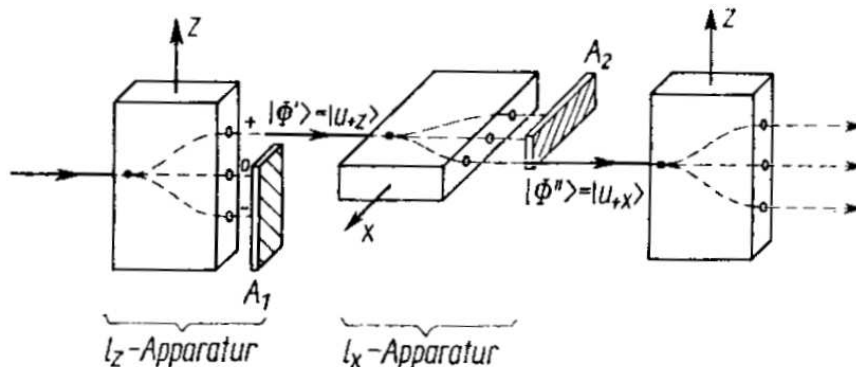
Klausurtermin: 8. Juli 2008 zur Vorlesungszeit

Drehimpulsoperator

Aufgabe 14(28 Punkte): Stern-Gerlach-Versuch (nur mit Bahndrehimpuls)

Betrachten Sie den Spezialfall, dass jeweils eine räumliche Komponente \hat{L}_i ($i = x, y, z$) des Drehimpulses gerade drei Eigenwerte ($m_i = +1, 0, -1$) besitzt.

1. Berechnen Sie die Matrixdarstellung von \hat{L}_x bzgl. der Basis der Eigenzustände von \hat{L}_z , d.h. $\{|u_z, m_z = +1\rangle, |u_z, m_z = 0\rangle, |u_z, m_z = -1\rangle\}$.
2. Wie lauten die Eigenzustände von \hat{L}_x , d.h. $\{|u_x, m_x = +1\rangle, |u_x, m_x = 0\rangle, |u_x, m_x = -1\rangle\}$, in der Basis der Eigenzustände von \hat{L}_z ?
Hinweis: Überlegen Sie, wie der Operator \hat{L}_x auf seine Eigenzustände wirkt und wie eine Projektion dieser Zustände auf die Eigenzustände von \hat{L}_z aussieht.



Wie in der Abbildung zu sehen ist, wird bei der ersten Apparatur die z -Komponente des Drehimpulses gemessen. Der Absorber A_1 bewirkt eine Präparation des Zustands $|\phi'\rangle = |u_z, m_z = +1\rangle$, wobei $|u_z, m_z = +1\rangle$ den Eigenzustand von \hat{L}_z zum Eigenwert $m_z = +1$ bezeichnet. Die zweite Apparatur misst die x -Komponente \hat{L}_x .

3. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten für die drei Messwerte von \hat{L}_x .

Der Absorber A_2 bewirkt nun ein Präparation des Zustands $|\phi''\rangle = |u_x, m_x = +1\rangle$.

4. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten für die drei Messwerte von \hat{L}_z bei der dritten Messung und interpretieren Sie das Ergebnis.

Aufgabe 15(12 Punkte): Larmorpräzession

Ein Wasserstoffatom befinde sich in einem räumlich homogenen zeitlich konstanten Magnetfeld $\underline{B} = (B_x, 0, 0)$. Zum üblichen Hamilton-Operator des Wasserstoffatoms \hat{H}_0 kommt dann ein Zusatzterm $\hat{H}_1 = -\frac{e}{2m_e} \underline{B} \cdot \hat{\underline{L}}$, der die Wechselwirkung des magnetischen Moments des Elektrons mit dem Magnetfeld beschreibt.

1. Stellen Sie die Bewegungsgleichungen für die Erwartungswerte $\langle \hat{L}_i \rangle$ der Komponenten des Drehimpulsoperators $\hat{\underline{L}}$ auf.
2. Lösen Sie die Bewegungsgleichungen für den Fall, dass sich das Elektron anfänglich im \hat{L}_z -Eigenzustand $|n = 2, l = 1, m = 1\rangle$ befindet.