Prof. Dr. H.-H. v. Borzeszkowski, Dr. T. Chrobok, Dr. S. Heidenreich

6. Übungsblatt - Allgemeine Relativitätstheorie I

Abgabe: Di. 02.06.2009 14:00 Uhr

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe in Dreiergruppen ist erwünscht.

Aufgabe 1 (3 Punkte): Lemma von Ricci

Beweisen Sie die kovariante Konstanz der Metrik

$$g_{\alpha\beta;\gamma} = 0$$

für den Riemannschen Raum.

Aufgabe 2 (8 Punkte): Bewegungsgleichungen

Der Energie-Impuls-Tensor einer idealen Flüssigkeit ist gegeben durch

(1)
$$T_{\alpha\beta} = \frac{\rho + p}{c^2} u_{\alpha} u_{\beta} - p g_{\alpha\beta},$$

wobei ρ die Massendichte, p der Druck und u^{α} die Vierergeschwindigkeit bezeichnet. Es soll $u_{\alpha}u^{\alpha}=c^2$ gelten. Zeigen Sie, dass sich die Gleichung

$$T^{\alpha\beta}_{:\beta} = 0$$

auf die Geodätengleichung zurückführen läßt, wenn der Druckgradient $p_{,\beta}(g^{\alpha\beta}-\frac{u^\alpha u^\beta}{c^2})$ als äußere Kraftdichte interpretiert wird. Beachten Sie, dass Energiedichte und Druck orts- und zeitabhängig sind.

Aufgabe 3 (4 Punkte): Vertauschbarkeit der zweiten kovarianten Ableitung

Berechnen Sie den Ausdruck

$$A_{\alpha;[\beta;\gamma]}$$

und vereinfachen Sie diesen soweit wie möglich. Welches Objekt erhält man?

Vorlesung: • Donnerstag 16:15 Uhr – 17:45 Uhr im EW 229

Übung: • Dienstag 14:15 Uhr – 15:45 Uhr im EW 201

Scheinkriterien: • Mindestens 50% der Übungspunkte und aktive Teilnahme.

Sprechzeiten: • Prof. H.-H. v- Borzeszkowski: EW 740 n. V.

• Dr. Thoralf Chrobok: n. V. im EW 740

• Dr. Sebastian Heidenreich: Mo, 13:45-14:45 Uhr im EW 702

Die Anmeldung muss bis zum 21.04.2009 22:59 Uhr unter

 $https://wwwitp.physik.tu-berlin.de/cgi-bin/lv/anmeldung.py?id=ss09_art1\\ erfolgen.$