Prof. Dr. H.-H. v. Borzeszkowski, Dr. T. Chrobok, Dr. S. Heidenreich

9. Übungsblatt - Allgemeine Relativitätstheorie I

Abgabe: Di. 23.06.2009 14:00 Uhr

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe in Dreiergruppen ist erwünscht.

Aufgabe 1 (10 Punkte): Bianchi Identitäten

Für den Krümmungstensor gilt die folgende Differentialidentität (Bianchi Identität):

$$R^{\alpha}_{\beta[\gamma\delta;\sigma]} = 0$$

- a) Weisen Sie die Richtigkeit der Identität nach.
- b) Leiten Sie aus 1 die kontrahierte Bianchi Identität

$$(2) (R^{\alpha\beta} - \frac{1}{2}Rg^{\alpha\beta})_{;\beta} = 0$$

her. Hierbei bezeichnet $R_{\alpha\beta}:=R_{\gamma\alpha\delta\beta}g^{\gamma\delta}$ den Ricci-Tensor und $R:=R_{\alpha\beta}g^{\alpha\beta}$ den Ricci-Skalar.

Aufgabe 2 (10 Punkte): Feldgleichungen

Zeigen Sie, dass die Gleichung

(3)
$$R_{\alpha\beta} = -\frac{8\pi G}{c^4} (T_{\alpha\beta} - \frac{1}{2} T g_{\alpha\beta})$$

den Einsteinschen Feldgleichungen

$$R_{\alpha\beta} - \frac{1}{2}Rg_{\alpha\beta} = -\frac{8\pi G}{c^4}T_{\alpha\beta}$$

äquivalent ist. Berechnen Sie den Ricci-Skalar für das elektromagnetische Feld dessen Energie-Impuls-Tensor definiert ist durch

$$T^{\beta}{}_{\gamma} := \frac{c}{4\pi} (F^{\beta\alpha} F_{\alpha\gamma} + \frac{1}{4} \delta^{\beta}{}_{\gamma} F^{\alpha\lambda} F_{\alpha\lambda}).$$

Vorlesung: • Donnerstag 16:15 Uhr – 17:45 Uhr im EW 229

Übung: • Dienstag 14:15 Uhr – 15:45 Uhr im EW 201

Scheinkriterien: • Mindestens 50% der Übungspunkte und aktive Teilnahme.

Sprechzeiten: • Prof. H.-H. v- Borzeszkowski: EW 740 n. V.

• Dr. Thoralf Chrobok: n. V. im EW 740

• Dr. Sebastian Heidenreich: Mo, 13:45-14:45 Uhr im EW 702

Die Anmeldung muss bis zum 21.04.2009 22:59 Uhr unter https://wwwitp.physik.tu-berlin.de/cgi-bin/lv/anmeldung.py?id=ss09_art1 erfolgen.