

## 10. Übungsblatt zur Allgemeinen Relativitätstheorie

**Abgabe: Donnerstag, 01.07.2010** vor der Übung

### **Aufgabe 1 (5 Punkte): Bewegungsgleichungen**

Zeigen Sie, dass für den Energie-Impuls-Tensor einer idealen Flüssigkeit

$$T_{\alpha\beta} = \frac{\mu + p}{c^2} u_\alpha u_\beta - p g_{\alpha\beta} \quad (1)$$

( $\mu$  ist die Massendichte,  $p$  ist der Druck und  $u^\alpha$  die Vierergeschwindigkeit) die Gleichung

$$T^{\alpha\beta}{}_{;\beta} = 0$$

äquivalent ist zur Geodätengleichung, die durch einen Kraftterm, der proportional zum Gradienten des Druckes ist, ergänzt wird.

### **Aufgabe 2 (5 Punkte): Feldgleichungen**

Zeigen Sie, dass die Gleichung

$$R_{\alpha\beta} = -\frac{8\pi G}{c^4} (T_{\alpha\beta} - \frac{1}{2} T g_{\alpha\beta}) \quad (2)$$

den Einsteinschen Feldgleichungen

$$R_{\alpha\beta} - \frac{1}{2} R g_{\alpha\beta} = -\frac{8\pi G}{c^4} T_{\alpha\beta}$$

äquivalent ist. Berechnen Sie den Ricci-Skalar für das elektromagnetische Feld dessen Energie-Impuls-Tensor definiert ist durch

$$T^\beta{}_\gamma := \frac{c}{4\pi} (F^{\beta\alpha} F_{\alpha\gamma} + \frac{1}{4} \delta_\gamma^\beta F^{\alpha\lambda} F_{\alpha\lambda}).$$