Technische Universität Berlin
Institut für Theoretische Physik
Prof. Dr. H. v. Borzeszkowski
Dr. T. Chrobok
Dipl.Phys. A. Carmele

21. April 2010

2. Übungsblatt zur Allgemeinen Relativitätstheorie I

Abgabe: Montag 06.05.2010 vor der Übung

Aufgabe 1 (6 Punkte): *Invarianz der Minkowski-Metrik unter Lorentz-Transformationen*

Zeigen Sie, dass die Minkowski-Metrik

$$\eta^{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

bezüglich der Lorentz-Transformation

$$L_0^0 = \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \qquad L_k^0 = L_0^k = \gamma\frac{v_k}{c} = \gamma\frac{v^k}{c}, \qquad L_k^j = \delta_k^j + (\gamma-1)\frac{1}{v^2}v^j v^k$$

eine numerische Invariante ist.

Aufgabe 2 (4 Punkte): *Additionstheorem der Geschwindigkeiten*

Leiten Sie unter Benutzung der Lorentz-Transformation aus Aufgabe 1 das Additionstheorem der Geschwindigkeiten her:

$$v^{''} = \frac{v^{'} + v}{1 + \frac{v'' v}{c^2}}.$$

Führen Sie hierzu zwei Lorentz-Transformationen hintereinander durch ($x \to x', x' \to x''$). Die Bezugssysteme sollen sich gegeneinander nur in x-Richtung bewegen. Stellen Sie einen Zusammenhang zwischen x'' und x der Form: $x'' = \gamma''(x - v''t)$ her. Geben Sie γ'' in Abhängigkeit von $\gamma' := (1 - \frac{(v')^2}{c^2})^{-\frac{1}{2}}, \gamma$ explizit an.
Diskutieren Sie die Näherung für kleine Geschwindigkeiten $v \ll c$. Zeigen Sie, dass im relativistischen Fall keine resultierende Geschwindigkeit größer c möglich ist.