

Prof. Dr. Harald Engel,
 Dipl. Phys. Stefan Fruhner, Dipl. Ing. Maximilian Schmitt,
 Maria Richter, Bruno Riemenschneider, Eike Verdenhalven

2. Übungsblatt – Mathematische Methoden der Physik

Abgabe: Do. 06.05.2010 bis 8:30 Uhr VOR der Vorlesung in den Briefkasten im ER Gebäude oder online über ISIS

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe soll in Dreiergruppen erfolgen.

Aufgabe 5 (8 Punkte): Komplexe Zahlen

- (a) Berechnen Sie jeweils das Produkt $z_1 \cdot z_2$ und den Quotienten $\frac{z_1}{z_2}$ der folgenden komplexen Zahlen:

(1) $z_1 = 4 + 3i, z_2 = 1 - i,$

(2) $z_1 = 1 + i, z_2 = 3 + 2i.$

- (b) Lösen Sie die Gleichungen und geben Sie das Ergebnis in kartesischer und polarer Darstellung an.

$$z = (2 + 3i)z^*, \quad \frac{z + 2 + 3i}{2z - 3} = i + 2.$$

- (c) Berechnen Sie die folgenden Wurzeln und zeichnen Sie die Lösungen in die komplexe Zahlenebene ein:

$$\sqrt[3]{-8}, \quad \sqrt{i}.$$

- (d) Zeigen Sie mit Hilfe der Multiplikationsregeln komplexer Zahlen, dass gilt

$$(\cos(x) + i \sin(x))^n = \cos(nx) + i \sin(nx).$$

Nutzen Sie dieses Ergebnis, um folgende trigonometrische Identitäten zu zeigen

$$\sin(2x) = 2 \sin(x) \cos(x),$$

$$\cos(nx) = \cos^n(x) - \binom{n}{2} \cos^{n-2}(x) \sin^2(x) + \binom{n}{4} \cos^{n-4}(x) \sin^4(x) - + \dots$$

Aufgabe 6 (5 Punkte): Vektoren

Gegeben seien drei Vektoren $\underline{v}_1 = (1, 0, 3)^T$, $\underline{v}_2 = (0, 5, 7)^T$ und $\underline{v}_3 = (2, -3, 4)^T$.

- (a) Berechnen Sie für \underline{v}_1 den Orthogonalanteil \underline{v}_1^\perp und den Parallelanteil $\underline{v}_1^\parallel$ bezüglich des Vektors $\underline{v}_4 = (-1, -1, -1)^T$.
- (b) Berechnen Sie das Volumen des Parallelepipeds welches von $\underline{v}_1, \underline{v}_2$ und \underline{v}_3 aufgespannt wird.
- (c) Bestimmen Sie eine Orthonormalbasis zu dem von den Vektoren $\underline{v}_1, \underline{v}_2$ und \underline{v}_3 aufgespannten Vektorraum.

Aufgabe 7 (7 Punkte): Levi-Civita-Symbol und Kreuzprodukt

Das Levi-Civita-Symbol sei gegeben durch

$$\varepsilon_{ijk} = \begin{cases} +1 & \text{falls } (ijk) \text{ gerade Permutation von } (123) \\ -1 & \text{falls } (ijk) \text{ ungerade Permutation von } (123) \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Bitte Rückseite beachten! →

2. Übung MM SS 10

Zeigen Sie folgende Relationen

$$(1) \quad \varepsilon_{ijk}\varepsilon_{imn} = \delta_{jm}\delta_{kn} - \delta_{jn}\delta_{km}$$

$$(2) \quad \varepsilon_{ijk}\varepsilon_{ijn} = 2\delta_{kn}$$

$$(3) \quad \varepsilon_{ijk}\varepsilon_{ijk} = 6$$

Seien $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}, \underline{d} \in \mathbb{R}^3$. Dann gilt für die Komponenten des Kreuzproduktes $\underline{a} = \underline{b} \times \underline{c}$ die Beziehung $a_i = \varepsilon_{ijk}b_jc_k$. Zeigen Sie mittels dieser Definition und der Relationen aus (a) folgende Identitäten:

$$(4) \quad \underline{a} \times (\underline{b} \times \underline{c}) = \underline{b}(\underline{a} \cdot \underline{c}) - \underline{c}(\underline{a} \cdot \underline{b})$$

$$(5) \quad (\underline{a} \times \underline{b}) \cdot (\underline{c} \times \underline{d}) = (\underline{a} \cdot \underline{c})(\underline{b} \cdot \underline{d}) - (\underline{a} \cdot \underline{d})(\underline{b} \cdot \underline{c})$$

$$(6) \quad \underline{a} \cdot (\underline{b} \times \underline{c}) = \underline{b} \cdot (\underline{c} \times \underline{a}) = \underline{c} \cdot (\underline{a} \times \underline{b}).$$

Hinweis: Es gilt die Einsteinsche Summenkonvention (über doppelt auftretende Indizes wird von 1 bis 3 summiert).

Vorlesung:	<ul style="list-style-type: none"> • Donnerstags 8:15 Uhr – 9:45 Uhr in EW 201. 																																			
	Mo 10–12 Uhr EW 731 Stefan, Max																																			
	Mo 12–14 Uhr EW 731 Stefan, Max																																			
	Mo 12–14 Uhr FR 0512A Bruno																																			
Tutorien:	Mo 14–16 Uhr EW 202 Eike																																			
	Mo 16–18 Uhr EW 229 Eike																																			
	Di 08–10 Uhr EW 731 Bruno																																			
	Di 12–14 Uhr EW 731 Maria																																			
	Di 16–18 Uhr EW 226 Maria																																			
Klausur:	<ul style="list-style-type: none"> • Donnerstag, den 08.07.2010, von 08:00 – 10:00 Uhr in H 1058. 																																			
Scheinkriterien:	<ul style="list-style-type: none"> • Mindestens 50% der Übungspunkte. • Bestandene Klausur. • Regelmäßige und aktive Teilnahme in den Tutorien. 																																			
Literatur zur Lehrveranstaltung:	<ul style="list-style-type: none"> • Siegfried Großmann: Mathematischer Einführungskurs für die Physik • Rainer Wüst: Mathematik für Physiker und Mathematiker 1 und 2 • Mathematische Einführungskapitel der Lehrbuchreihen der theoret. Physik, z.B. Greiner, Nolting • Bronstein: Taschenbuch der Mathematik • Hermann Schulz: Physik mit Bleistift : das analytische Handwerkszeug der Naturwissenschaftler • Richard Feynman: Vorlesungen über Physik 																																			
Sprechzeiten:	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Name</th> <th>Tag</th> <th>Zeit</th> <th>Raum</th> <th>Tel.</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Prof. Dr. H. Engel</td> <td>Mi.</td> <td>14:30-16:00</td> <td>EW 738</td> <td>79462</td> </tr> <tr> <td>Stefan Fruhner</td> <td>Fr.</td> <td>13:30-14:30</td> <td>EW 627/28</td> <td>27681</td> </tr> <tr> <td>Max Schmitt</td> <td>Do.</td> <td>10:00-11:00</td> <td>EW 708</td> <td>25225</td> </tr> <tr> <td>Maria Richter</td> <td>Di.</td> <td>15:00-16:00</td> <td>EW 217</td> <td>26143</td> </tr> <tr> <td>Bruno Riemenschneider</td> <td>Mi.</td> <td>15:00-16:00</td> <td>EW 217</td> <td>26143</td> </tr> <tr> <td>Eike Verdenhalven</td> <td>Di.</td> <td>13:00-14:00</td> <td>EW 217</td> <td>26143</td> </tr> </tbody> </table>	Name	Tag	Zeit	Raum	Tel.	Prof. Dr. H. Engel	Mi.	14:30-16:00	EW 738	79462	Stefan Fruhner	Fr.	13:30-14:30	EW 627/28	27681	Max Schmitt	Do.	10:00-11:00	EW 708	25225	Maria Richter	Di.	15:00-16:00	EW 217	26143	Bruno Riemenschneider	Mi.	15:00-16:00	EW 217	26143	Eike Verdenhalven	Di.	13:00-14:00	EW 217	26143
Name	Tag	Zeit	Raum	Tel.																																
Prof. Dr. H. Engel	Mi.	14:30-16:00	EW 738	79462																																
Stefan Fruhner	Fr.	13:30-14:30	EW 627/28	27681																																
Max Schmitt	Do.	10:00-11:00	EW 708	25225																																
Maria Richter	Di.	15:00-16:00	EW 217	26143																																
Bruno Riemenschneider	Mi.	15:00-16:00	EW 217	26143																																
Eike Verdenhalven	Di.	13:00-14:00	EW 217	26143																																