

Prof. Dr. Harald Engel,
 Dipl. Phys. Stefan Fruhner, Dipl. Ing. Maximilian Schmitt,
 Maria Richter, Bruno Riemenschneider, Eike Verdenhalven

9. Übungsblatt – Mathematische Methoden der Physik

Abgabe: Do. 24.06.2010 bis 8:30 Uhr VOR der Vorlesung in den Briefkasten im ER Gebäude oder online über ISIS

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe soll in Dreiergruppen erfolgen. Bitte geben Sie alle Namen und Matrikelnummern an. Vermerken Sie bitte nur den Namen des Tutors, bei dem das korrigierte Übungsblatt zurückgegeben werden soll. Wenn Aufgaben mit Hilfe des Computers gelöst werden, dann ist der komplette Quelltext der Abgabe kommentiert beizufügen.

Aufgabe 22 (12 Punkte): Kugelkoordinaten

Betrachten Sie die folgende Transformation der kartesischen Komponenten des Ortsvektors $\underline{r} \equiv (x, y, z)^T$ auf Kugelkoordinaten in den Variablen $r \in [0, \infty]$, $\varphi \in [0, 2\pi]$, $\theta \in [0, \pi]$:

$$x = r \cos \varphi \sin \theta; \quad y = r \sin \varphi \sin \theta; \quad z = r \cos \theta.$$

- Bestimmen Sie die zugehörige Funktionalmatrix \underline{J} und $\det \underline{J}$. Diskutieren Sie den Fall $r = 0$. Berechnen Sie ferner die normierten Basisvektoren für Kugelkoordinaten.
- Leiten Sie den Gradienten in Kugelkoordinaten her.
- Bestimmen Sie damit die Gradienten $\underline{\nabla}r$ und $\underline{\nabla}f(r)$ in Kugelkoordinaten mit $r = |\underline{r}|$.

Das Potential eines Dipols ist durch $U(r, \theta) = \frac{p \cos(\theta)}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ gegeben. Hierbei sind p und ϵ_0 Konstanten.

- Berechnen Sie das elektrische Feld $\underline{E} = -\underline{\nabla}U$ und dessen Betrag $|\underline{E}|$. Mit welcher Potenz nimmt $|\underline{E}|$ mit dem Abstand vom Dipol ab und für welche Winkel θ ist $|\underline{E}|$ minimal bzw. maximal?
- Zeichnen Sie mit *Mathematica* einen Konturplot von U und einen Vektorfeldplot von \underline{E} . Welchen Zusammenhang erkennen Sie?
 (Hinweise: Verwenden Sie die Pakete `VectorFieldPlots` und `VectorAnalysis`. Die Funktion `ContourPlot[]` verlangt kartesische Komponenten. `VectorFieldPlot[]` verlangt einen zweidimensionalen Vektor. Mit dem Befehl `Show[plot1, plot2]` können Sie beide Plots übereinanderlegen.)

Aufgabe 23 (8 Punkte): Integration in Zylinderkoordinaten

Betrachten Sie die folgende Transformation der kartesischen Komponenten des Ortsvektors $\underline{r} \equiv (x, y, z)^T$ auf Zylinderkoordinaten in den Variablen $r \in [0, \infty]$, $\varphi \in [0, 2\pi]$, $z \in [0, \infty]$:

$$x = r \cos \varphi; \quad y = r \sin \varphi; \quad z = z.$$

Beachten Sie, dass r hier nicht der Betrag des Vektors \underline{r} ist.

- Bestimmen Sie die zugehörige Funktionalmatrix \underline{J} und $\det \underline{J}$. Woran erinnert Sie \underline{J} ? Erläutern Sie kurz den Zusammenhang.

Der Trägheitstensor für ausgedehnte Massen ist gegeben durch das Volumenintegral

$$\underline{I} = \int_V (r^2 \underline{1} - \underline{r} \circ \underline{r}) dm.$$

9. Übung MM SS 10

- (b) Rechnen Sie damit den Trägheitstensor der zylindrischen Schwungscheibe aus Aufgabe 13 für den Fall $m = 0$ (keine Unwucht) nach. Nehmen Sie ein homogenes Material an, sodass $dm = \rho dV$ mit konstanter Dichte ρ .

Vorlesung:	• Donnerstags 8:15 Uhr – 9:45 Uhr in EW 201.
	Mo 10–12 Uhr EW 731 Stefan, Max
	Mo 12–14 Uhr EW 731 Stefan, Max
	Mo 12–14 Uhr FR 0512A Bruno
Tutorien:	Mo 14–16 Uhr EW 202 Eike
	Mo 16–18 Uhr EW 229 Eike
	Di 08–10 Uhr EW 731 Bruno
	Di 12–14 Uhr EW 731 Maria
	Di 16–18 Uhr EW 226 Maria
Klausur:	• Donnerstag, den 08.07.2010, von 08:00 – 10:00 Uhr in H 1058.
Scheinkriterien:	• Mindestens 50% der Übungspunkte.
	• Bestandene Klausur.
	• Regelmäßige und aktive Teilnahme in den Tutorien.
Literatur zur Lehrveranstaltung:	
	• Siegfried Großmann: Mathematischer Einführungskurs für die Physik
	• Rainer Wüst: Mathematik für Physiker und Mathematiker 1 und 2
	• Mathematische Einführungskapitel der Lehrbuchreihen der theoret. Physik, z.B. Greiner, Nolting
	• Bronstein: Taschenbuch der Mathematik
	• Hermann Schulz: Physik mit Bleistift : das analytische Handwerkszeug der Naturwissenschaftler
	• Richard Feynman: Vorlesungen über Physik
Sprechzeiten:	
	Name
	Tag
	Zeit
	Raum
	Tel.
	Prof. Dr. H. Engel
	Mi. 14:30-16:00 EW 738 79462
	Stefan Fruhner
	Fr. 13:30-14:30 EW 627/28 27681
	Max Schmitt
	Do. 10:00-11:00 EW 708 25225
	Maria Richter
	Di. 15:00-16:00 EW 217 26143
	Bruno Riemenschneider
	Mi. 15:00-16:00 EW 217 26143
	Eike Verdenhalven
	Di. 13:00-14:00 EW 217 26143