

Prof. Dr. Tobias Brandes
Dr. Clive Emary

10. Übungsblatt – Theoretische Festkörperphysik I,II

Abgabe: Fr. 02.07.2010 bis 12:00 Uhr, EW705.

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe soll in Dreiergruppen erfolgen.

Aufgabe 24 (6 Punkte): BCS Theorie

a) Leiten Sie den Ausdruck

$$(1) \quad \langle \Psi_0 | \mathcal{H}_{\text{BCS}} | \Psi_0 \rangle = \sum_{\mathbf{k}} 2\epsilon_{\mathbf{k}} v_{\mathbf{k}}^2 + \sum_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} V_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} u_{\mathbf{k}} v_{\mathbf{k}} u_{\mathbf{k}'} v_{\mathbf{k}'}$$

für den Erwartungswert der Grundzustandsenergie mit der BCS-Wellenfunktion (siehe Vorlesung) her.

b) Benutzen Sie die Winkelparametrisierung (Vorlesung) und zeigen Sie, dass für schwache Kopplung ($N(0)V_0 \ll 1$) der Erwartungswert der Energie im BCS-Zustand um

$$(2) \quad E_s - E_n \approx -\frac{1}{2}N(0)\Delta^2$$

gegenüber der Grundzustandsenergie des normalen Fermigas abgesenkt ist. Hinweis: Machen Sie sich klar, welche \mathbf{k} -Vektoren zur Summe beitragen. Eine Skizze der Funktion $\epsilon_{\mathbf{k}}$ in der Nähe von k_F ist nützlich.

Aufgabe 25 (7 Punkte): Bogoliubov-Transformation

Der mean-field Hamiltonian $\mathcal{H}_{\text{BCS}}^{(MF)}$ der BCS-Theorie ist quadratisch in den fermionischen Erzeugern und Vernichtern (Vorlesung) und kann deshalb durch eine unitäre Transformation (**Bogoliubov-Transformation**) diagonalisiert werden. Berechnen Sie diese Transformation und den resultierenden diagonalen Hamiltonian explizit.

Aufgabe 26 (7 Punkte): Kritische Temperatur

Leiten Sie den in der Vorlesung skizzenhaft hergeleiteten Zusammenhang

$$(3) \quad \frac{2\Delta(T=0)}{T_c} = \frac{2\pi}{e^c}$$

zwischen dem Gap des Supraleiters bei Temperatur $T=0$ und seiner kritischen Temperatur T_c ausführlich und explizit her. Welche Näherungen werden hier gemacht?