

Prof. Dr. Tobias Brandes  
Dr. Clive Emary

## 9. Übungsblatt – Theoretische Festkörperphysik I,II

**Abgabe: Fr. 25.06.2010 bis 12:00 Uhr, EW705.**

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe soll in Dreiergruppen erfolgen.

### **Aufgabe 21 (6 Punkte):** *Influenzfunktional*

Diskutiere das 'Influenzfunktional', d.h. die Funktion  $\mathcal{F}_g(t)$  des Dephasing-Modells mit einer expliziten numerischen und (wenn möglich) analytischen Rechnung für spektrale Kopplungsdichten  $J(\omega) = \sum_{\alpha} |\lambda_{\alpha}|^2 \delta(\omega - \omega_{\alpha})$ : a) eine einzelne bosonische Mode mit Frequenz  $\omega_0$ ; b) kontinuierliches Spektrum der Form

$$(1) \quad J(\omega) = 2\alpha\omega_{\text{ph}}^{1-s}\omega^s e^{-\omega/\omega_c},$$

insbesondere für  $s = 1$  und  $s = 2$ . Bilder erwünscht!

### **Aufgabe 22 (7 Punkte):** *Polarontransformation*

Wir studieren die Polarontransformation in einem Spin-Boson Modell

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_e + \mathcal{H}_{e-p} + \mathcal{H}_p \equiv \varepsilon J_z + J_z \sum_{\mathbf{q}} g_{\mathbf{q}} (a_{\mathbf{q}} + a_{-\mathbf{q}}^{\dagger}) + \sum_{\mathbf{q}} \omega_{\mathbf{q}} a_{\mathbf{q}}^{\dagger} a_{\mathbf{q}}.$$

Hierbei ist der kollektive (Pseudo-Spin)-Operator  $\mathbf{J} = \frac{1}{2} \sum_i^N \boldsymbol{\sigma}^{(i)}$  mit den Vektoren der Pauli (Pseudo)-Spinmatrizen von  $N$  (Pseudo)-Spins. Die Komponente in  $z$ -Richtung ist beispielsweise  $J_z \equiv \frac{1}{2} \sum_i^N \sigma_z^{(i)}$ .

a) Zeige, dass mit  $S \equiv J_z \sum_{\mathbf{q}} \frac{g_{\mathbf{q}}}{\omega_{\mathbf{q}}} (a_{\mathbf{q}}^{\dagger} - a_{-\mathbf{q}})$  der Polaron-transformierte Hamiltonian die Form

$$\mathcal{H}' \equiv e^S \mathcal{H} e^{-S} = \mathcal{H}_e + \mathcal{H}_p - \kappa J_z^2$$

hat. Berechne die Konstante  $\kappa$  und drücke sie durch eine geeignete phononische Spektraldichte aus, z.B. das  $J(\omega)$  des Spin-Boson Problems, Eq. (1), explizit. Interpretiere und diskutiere das Ergebnis für  $\mathcal{H}'$ , insbesondere auch im Hinblick auf die effektive Wechselwirkung der Elektronen in Supraleitern.

b) Wie transformiert sich der Operator  $J_x$  unter der Polaron-Transformation?

### **Aufgabe 23 (7 Punkte):** *Wellenfunktion des Cooperpaares*

Berechne und diskutiere die Paarwellenfunktion des Cooperpaares im Ortsraum! ZUSATZ: was passiert bei Triplett- statt Singlett-Paarung?