Technische Universität Berlin – Institut für Theoretische Physik

Prof. Dr. S. Klapp,
Dr. Carsten Weber, Dipl. Phys Arash Azhand,
Dipl. Phys. Ken Lichtner, Dipl. Phys. Philipp Zedler,
Tanja Schlemm, Jan Techter

11. Juni 2010

10. Übungsblatt – Theoretische Physik II: Quantenmechanik 2010

Abgabe: Di. 29.06.2010 8:30 Uhr, in der Vorlesung

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Bitte das Tutorium und den Namen des Tutors auf dem Aufgabenzettel angeben, der Zettel wird sonst nicht korrigiert! Abgabe bitte in 3er Gruppen – keine Einzelabgabe.

Aufgabe 24 (4 Punkte): *Wasserstoffradialfunktionen zu maximalem Drehimpuls.*

Die normierten Wasserstoffeigenfunktionen mit maximalem Drehimpuls $l = n - 1$ sind von der Form $\psi_{n,n-1,m}(\mathbf{r}) = \frac{u_{n,n-1}(r)}{r} Y_{n-1,m}(\theta, \varphi)$ mit

$$u_{n,n-1}(r) = \sqrt{\frac{2}{n(2n)!a_B}} \left(\frac{2r}{na_B}\right)^n \exp\left(-\frac{r}{na_B}\right)$$

Dabei ist $a_B = \hbar^2/(m_e e^2)$ der Bohrsche Radius. Bestimmen Sie das Maximum r_{max} der Wahrscheinlichkeitsdichte $P(r) = |u_{n,n-1}(r)|^2$. Vergleichen Sie r_{max} mit dem Erwartungswert $< r >$. Im Bohrschen Atommodell werden Kreisbahnen betrachtet (Radius r). Dabei wird die Coulombkraft gleich der Zentripetalkraft gesetzt, $e^2/r^2 = m_e v^2/r$, und der Drehimpuls wird gemäß $m_e v r = n\hbar$ mit $n = 1, 2, 3 \ldots$ quantisiert. Vergleichen Sie die sich hierfür ergebenden Radien mit den oben berechneten Werten von r_{max}.

Aufgabe 25 (10 Punkte): *Teilchen im Zylinderpotential.*

Ein Teilchen der Masse m bewegt sich in einem anziehenden, im Unendlichen hinreichend schnell verschwindenden Zylinderpotential:

$$V(\mathbf{r}) = V(r) = -\frac{c}{r^\alpha}; \qquad \alpha > 1,$$

mit den Zylinderkoordinaten r, φ, z.

- Stellen Sie die zeitunabhängige Schrödingergleichung auf.
- Zerlegen Sie diese in eine Axial-, eine Radial- und eine Winkelgleichung.
- Die Radialgleichung ist von der Struktur:

  $$\left(\frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{d}{dr} + F(r)\right) R(r) = 0$$

  Durch welche Substitution für $R(r)$ lässt sich der lineare Term $\frac{1}{r}\frac{d}{dr}$ zum Verschwinden bringen?
- Diskutieren Sie das Verhalten der Radialfunktion eines gebundenen Zustandes für $r \to 0$ und $r \to \infty$, falls $1 < \alpha < 2$.

Bitte Rückseite beachten!⟶

Technische Universität Berlin – Institut für Theoretische Physik

Prof. Dr. S. Klapp,
Dr. Carsten Weber, Dipl. Phys Arash Azhand,
Dipl. Phys. Ken Lichtner, Dipl. Phys. Philipp Zedler,
Tanja Schlemm, Jan Techter

11. Juni 2010

Aufgabe 26 (6 Punkte): *Wellenpaket im eindimensionalen Oszillator.*

Der Zustand $|\psi(t)\rangle$ beschreibt ein Wellenpaket, das sich im Potential eines eindimensionalen Oszillators (Parameter m, ω) bewegt. Die Anfangsbedingung ist durch die normierte Wellenfunktion

$$\langle x|\psi(0)\rangle = \frac{1}{(2\pi b)^{1/4}} \exp\left(\frac{(x-x_0)^2}{4b^2}\right)$$

gegeben. b ist die Breite des Wellenpakets zur Zeit $t = 0$:

$$b^2 =< x^2 >_0 - (< x >_0)^2 \, .$$

Berechnen Sie die zeitabhängige Breite

$$(b(t))^2 = (\Delta x)^2 = \langle x^2 \rangle_t - \langle x \rangle_t^2$$

des Wellenpakets. Verwenden Sie dazu das Heisenbergbild.

Vorlesung:	• Dienstag 8:00 Uhr – 10:00 Uhr im EW 201 • Mittwoch 8:00 Uhr – 10:00 Uhr im EW 201
Scheinkriterien:	• Mindestens 50% der Übungspunkte. • Bestandene Klausur. • Regelmässige und aktive Teilnahme in den Tutorien und einmal Vorrechnen.
Klausurtermin:	• 6. Juli, 7:30 in Raum H0105
Tutorien:	• Di 10:00 – 12:00 Tanja Schlemm (EW 246) • Mi 12:00 – 14:00 Jan Techter (EW 731) • Mi 14:00 – 16:00 Carsten Weber (EW 246) • Do 8:00 – 10:00 Ken Lichtner (EW 229) • Do 10:00 – 12:00 Tanja Schlemm (EW 226) • Do 10:00 – 12:00 Philipp Zedler (EW 731) • Do 14:00 – 16:00 Jan Techter (EW 246) • Fr 10:00 – 12:00 Arash Azhand (EW 226)
Sprechstunden:	• Prof. Dr. S. Klapp: Mi 11:15 – 12:00 Uhr (EW 707) • Dr. Carsten Weber: Do 15:15 – 16:00 Uhr (EW 710) • Dipl. Phys. Arash Azhand: Do 11:15 – 12:00 Uhr (EW 627) • Dipl. Phys. Ken Lichtner: Di 10:15 – 11:00 Uhr (EW 266) • Dipl. Phys. Philipp Zedler: Fr 10:15 – 11:00 Uhr (EW 711) • Tanja Schlemm: Mi 14:30 – 15:30 Uhr (in dem Raum vor der Bibliothek.) • Jan Techter: Mo 11:15 – 12:00 Uhr (EW 060)