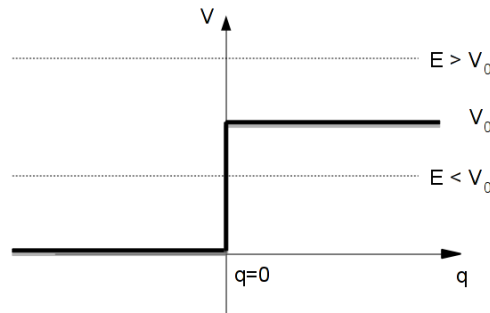


4. Übungsblatt – Theoretische Physik II: Quantenmechanik 2010

Abgabe: Di. 18.05.2010 8:30 Uhr, in der Vorlesung

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Bitte das Tutorium und den Namen des Tutors auf dem Aufgabenzettel angeben, der Zettel wird sonst nicht korrigiert! Abgabe bitte in 3er Gruppen – keine Einzelabgabe.

Aufgabe 9 (12 Punkte): Potentialbarriere.



Eine freie Teilchenwelle $\varphi_0(q)$ falle mit der Energie E von links auf die Potentialstufe

$$V(q) = \begin{cases} V_0 & \text{für } q > 0 \\ 0 & \text{für } q \leq 0 \end{cases}$$

Zunächst soll der klassisch erlaubte Fall $E > V_0$ diskutiert werden.

- (a) Machen Sie einen geeigneten Ansatz für die Wellenfunktion $\varphi(q)$ unter Berücksichtigung der reflektierten und durchlaufenden Welle.
- (b) Bestimmen Sie die Stromdichten für einfallende, reflektierte und durchlaufende Welle. Wie lauten die Koeffizienten für Transmission (T) und Reflexion (R)? Hinweis: Verwenden Sie die Stetigkeitsbedingungen von $\varphi(q)$ und $\varphi'(q)$ an der Stelle $q = 0$.
- (c) Geben Sie den Realteil der Wellenfunktion an und vergleichen Sie die Wellenlängen für $q \leq 0$ und $q > 0$. Ändert sich die Amplitude?
- (d) Geben Sie die Aufenthaltswahrscheinlichkeiten für $q \leq 0$ und $q > 0$ an. Überprüfen Sie, dass

$$T + R = 1$$

Betrachten Sie nun den klassisch verbotenen Fall $E < V_0$.

- (e) Machen Sie einen Ansatz für die Wellenfunktion. Was ändert sich nun für die durchlaufende Welle?
- (f) Wie lautet die Stromdichte für die durchgehende Welle?
- (g) Bestimmen Sie wieder unter Ausnutzung der Stetigkeitsbedingungen die Amplituden der reflektierten und durchlaufenden Welle. Wie lauten Transmissions- und Reflexionskoeffizienten? (Tipp: Polardarstellung für komplexe Zahlen verwenden)
- (h) Finden Sie einen Ausdruck für die Aufenthaltswahrscheinlichkeiten. Wie lautet die Wahrscheinlichkeitsdichte bei $q = 0$ als Funktion von V_0 ?

Aufgabe 10 (5 Punkte): Drehimpulsoperator.

In der Quantenmechanik lautet die Ortsdarstellung des Drehimpulsoperators:

$$\hat{L} = \hat{\mathbf{r}} \times \hat{\mathbf{p}} = \frac{\hbar}{i} \mathbf{r} \times \nabla$$

Der Kommutator zweier Operatoren ist definiert durch:

$$[\hat{A}, \hat{B}] := \hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A}$$

- (a) Geben Sie die Komponenten des Drehimpulsoperators an.
- (b) Berechnen Sie die Kommutatoren $[\hat{L}_1, \hat{L}_2]$, $[\hat{L}_2, \hat{L}_3]$, $[\hat{L}_3, \hat{L}_1]$.
- (c) Berechnen Sie die Kommutatorrelation $[\hat{L}_i, \hat{L}^2]$.

Aufgabe 11 (3 Punkte): Zeitumkehrinvarianz.

Betrachten Sie die Transformation $t \rightarrow -t$ in der zeitabhängigen Schrödingergleichung mit einem reellen zeitunabhängigen Potential $V(\mathbf{r})$. Welchen Einfluss hat diese Transformation auf die Aufenthaltswahrscheinlichkeit $|\varphi|^2$ und den Erwartungswert $\langle \hat{F} \rangle_t$ eines zeitunabhängigen hermiteschen Operators \hat{F} ?

Vorlesung:

- Dienstag 8:00 Uhr – 10:00 Uhr im EW 201
- Mittwoch 8:00 Uhr – 10:00 Uhr im EW 201

Scheinkriterien:

- Mindestens 50% der Übungspunkte.
- Bestandene Klausur.
- Regelmässige und aktive Teilnahme in den Tutorien und einmal Vorrechnen.

Klausurtermin:

- 6. Juli, 7:30 in Raum H0105

Tutorien:

- Di 10:00 – 12:00 Tanja Schlemm (EW 246)
- Mi 12:00 – 14:00 Jan Techter (EW 731)
- Mi 14:00 – 16:00 Carsten Weber (EW 246) **** noch Plätze frei ****
- Do 8:00 – 10:00 Ken Lichtner (EW 229)
- Do 10:00 – 12:00 Tanja Schlemm (EW 226)
- Do 10:00 – 12:00 Philipp Zedler (EW 731)
- Do 14:00 – 16:00 Jan Techter (EW 246)
- Fr 10:00 – 12:00 Arash Azhand (EW 226)

Literatur zur Lehrveranstaltung:

- Albert Messiah, Quantenmechanik Band 1 und 2, Walter de Gruyter, Berlin 1991
- W. Nolting, Grundkurs Theoretische Physik 5/1 & 5/2 (Springer, 2002)
- Eugen Fick, Einführung in die Grundlagen der Quantentheorie, 5. Auflage, Aula-Verlag, Wiesbaden 1984