

8. Übungsblatt – Theoretische Physik II: Quantenmechanik 2010

Abgabe: Di. 15.06.2010 8:30 Uhr, in der Vorlesung

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Bitte das Tutorium und den Namen des Tutors auf dem Aufgabenzettel angeben, der Zettel wird sonst nicht korrigiert! Abgabe bitte in 3er Gruppen – keine Einzelabgabe.

Aufgabe 19 (6 Punkte): Ehrenfest-Theorem und der harmonische Oszillator.

Zeigen und interpretieren Sie für den Hamilton-Operator des harmonischen Oszillators,

$$\hat{H} = \frac{1}{2m}\hat{p}^2 + \frac{m\omega_0^2}{2}\hat{x}^2,$$

mit Hilfe der aus der Vorlesung bekannten Bewegungsgleichung für Erwartungswerte von Operatoren (Ehrenfest-Theorem),

$$\frac{d}{dt}\langle \hat{A} \rangle = \langle \partial_t \hat{A} \rangle + \langle \frac{i}{\hbar} [\hat{H}, \hat{A}] \rangle,$$

die folgenden Relationen:

- (a) $\frac{d}{dt}\langle \hat{x} \rangle = \frac{1}{m}\langle \hat{p} \rangle,$
- (b) $\frac{d}{dt}\langle \hat{p} \rangle = \langle \hat{F} \rangle,$
- (c) $\frac{d}{dt}\langle \hat{L} \rangle = \langle \hat{D} \rangle.$

Dabei seien $\hat{F} \equiv -\nabla V$ (Kraft) und $\hat{D} \equiv \hat{x} \times \hat{F}$ (Drehmoment).

Aufgabe 20 (14 Punkte): Glauber-Zustände des harmonischen Oszillators.

Ein Glauber-Zustand $|\alpha\rangle$ (benannt nach Roy J. Glauber, dem Nobel-Preisträger für Physik des Jahres 2005, auch kohärenter Zustand genannt) ist definiert durch

$$|\alpha\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle,$$

wobei $|n\rangle$ den Eigenzustand des Besetzungszahloperators $\hat{n} = \hat{b}^\dagger \hat{b}$ bezeichnet.

- (a) Normieren Sie den Glauber-Zustand $|\alpha\rangle$.
- (b) Zeigen Sie, dass $|\alpha\rangle$ Eigenzustand des Vernichtungsoperators \hat{b} ist, und bestimmen Sie den zugehörigen Eigenwert.
- (c) Bestimmen Sie das Unschärfeprodukt $\Delta \hat{x} \cdot \Delta \hat{p}$ für einen Glauber-Zustand. Interpretieren Sie den Wert des Unschärfeprodukts.
Hinweis: Berechnen Sie die Erwartungswerte von \hat{x} , \hat{p} , \hat{x}^2 und \hat{p}^2 für einen Glauber-Zustand.
- (d) Leiten Sie Bewegungsgleichungen für die Orts- und Impulserwartungswerte eines Glauber-Zustands her und lösen Sie diese Bewegungsgleichungen, d.h.: Berechnen Sie $\langle \hat{x} \rangle(t)$ und $\langle \hat{p} \rangle(t)$.
- (e) Die relative Fluktuation einer Observablen \hat{A} ist definiert durch $\frac{\Delta \hat{A}}{\langle \hat{A} \rangle}$. Bestimmen Sie die relative Fluktuation von Ort, Impuls und Energie eines Glauber-Zustands.
- (f) Wie verhalten sich die relativen Fluktuationen von Ort, Impuls und Energie beim Übergang zu einem makroskopischen Oszillator?

Prof. Dr. S. Klapp,
Dr. Carsten Weber, Dipl. Phys Arash Azhand,
Dipl. Phys. Ken Lichtner, Dipl. Phys. Philipp Zedler,
Tanja Schlemm, Jan Techter

7. Juni 2010

- | | |
|-------------------------|---|
| Vorlesung: | <ul style="list-style-type: none">• Dienstag 8:00 Uhr – 10:00 Uhr im EW 201• Mittwoch 8:00 Uhr – 10:00 Uhr im EW 201 |
| Scheinkriterien: | <ul style="list-style-type: none">• Mindestens 50% der Übungspunkte.• Bestandene Klausur.• Regelmässige und aktive Teilnahme in den Tutorien und einmal Vorrechnen. |
| Klausurtermin: | <ul style="list-style-type: none">• 6. Juli, 7:30 in Raum H0105 |
| Tutorien: | <ul style="list-style-type: none">• Di 10:00 – 12:00 Tanja Schlemm (EW 246)• Mi 12:00 – 14:00 Jan Techter (EW 731)• Mi 14:00 – 16:00 Carsten Weber (EW 246)• Do 8:00 – 10:00 Ken Lichtner (EW 229)• Do 10:00 – 12:00 Tanja Schlemm (EW 226)• Do 10:00 – 12:00 Philipp Zedler (EW 731)• Do 14:00 – 16:00 Jan Techter (EW 246)• Fr 10:00 – 12:00 Arash Azhand (EW 226) |
| Sprechstunden: | <ul style="list-style-type: none">• Prof. Dr. S. Klapp: Mi 11:15 – 12:00 Uhr (EW 707)• Dr. Carsten Weber: Do 15:15 – 16:00 Uhr (EW 710)• Dipl. Phys. Arash Azhand: Do 11:15 – 12:00 Uhr (EW 627)• Dipl. Phys. Ken Lichtner: Di 10:15 – 11:00 Uhr (EW 266)• Dipl. Phys. Philipp Zedler: Fr 10:15 – 11:00 Uhr (EW 711)• Tanja Schlemm: Mi 14:30 – 15:30 Uhr (in dem Raum vor der Bibliothek.)• Jan Techter: Mo 11:15 – 12:00 Uhr (EW 060) |