

11. Übungsblatt – Thermodynamik und Statistik SS10**Abgabe: Mo. 05.07.2010 bis 20 Uhr im Briefkasten**

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet.
Abgabe in Dreiergruppen! Bitte immer Namen und Matrikelnummer angeben.

Aufgabe 24 (0 Punkte): Statistik und ideales Gas

Betrachten Sie die großkanonische Zustandssumme eines klassischen ultra-relativistischen idealen Gases:

$$Z_G(T, V, \mu) = \sum_{N=0}^{\infty} \frac{1}{h^{3N} N!} \int e^{-\beta(H_N(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N, \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_N) - \mu N)} d^3\mathbf{r}_1 \dots d^3\mathbf{r}_N d^3\mathbf{p}_1 \dots d^3\mathbf{p}_N.$$

Dabei gilt $\beta = 1/(k_B T)$ und für die N -Teilchen-Hamiltonfunktion gelte:

$$H_N(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N, \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_N) = \begin{cases} \sum_{i=1}^N c|\mathbf{p}_i| & \mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N \in V \\ \infty & \text{sonst.,} \end{cases}$$

wobei $c > 0$ eine Konstante und V das Volumen des Systems seien.

- Berechnen Sie die großkanonische Zustandssumme.
- Berechnen Sie die innere Energie E , die mittlere Teilchenzahl \bar{N} und den Druck p .
- Was ergibt sich demzufolge als thermische Zustandsgleichung $p(\bar{N}, V, T)$ und was als kalorische Zustandsgleichung $E(\bar{N}, V, T)$.

TIPP: Verwenden Sie für das dreidimensionale Integral Kugelkoordinaten. Nutzen Sie dabei, dass $\int_0^\infty e^{-r^2} p^2 dp = 2r^{-6}$.

Aufgabe 25 (0 Punkte): Fermi-Dirac und Bose-Einstein Verteilung

Betrachten Sie ein quantenmechanisches System N wechselwirkungsfreier Teilchen, welches durch folgenden Hamiltonoperator beschrieben wird: $\hat{H} = \epsilon \hat{N}$.

Dabei ist \hat{N} der Teilchenzahloperator mit Eigenwerten n .

- Berechnen Sie für ein System mit variabler Teilchenzahl und nur einem Energieniveau die Zustandssumme für Fermionen und Bosonen.
- Berechnen Sie die mittlere Besetzung des Energieniveaus für beide Teilchensorten.
- Was passiert mit den Verteilungsfunktionen im Grenzfall hoher Energien ($\epsilon - \mu \gg k_B T$)? Skizzieren Sie beide Funktionen und deren Grenzfall.

Aufgabe 26 (0 Punkte): Thermodynamische Potentiale

- Berechnen Sie die Gibbsche Fundamentalrelation für die freie Enthalpie G . Geben Sie die natürlichen Variablen an.
- Was ergeben die partiellen Ableitungen nach den natürlichen Variablen von G ?
- Bestimmen Sie die zu G zugehörige Maxwellrelation.