

3. Übungsblatt – Thermodynamik und Statistik SS10

Abgabe: 04.05.2010

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. **Abgabe in Dreiergruppen!** Bitte immer Namen und Matrikelnummer angeben.

Aufgabe 6 (10 Punkte): ENTROPIE UND CHEMISCHES POTENTIAL IN DER GROSSKANONIK

Betrachten Sie ein Zwei-Niveau-System, das um $E = 0$ symmetrisch ist. Die mittlere Anzahl der Teilchen \bar{N} gehorche einer Fermiverteilung und sei beschränkt durch $0 < \bar{N} < 2$.

- (a) Skizzieren Sie das System. Wie lauten die Zustandsgrößen im großkanonischen Ensemble und in welchem Zusammenhang stehen das chemische Potential μ und \bar{N} ? (Welche Abhängigkeiten haben \bar{N} und μ ?)
- (b) Untersuchen Sie nun mit Hilfe einer Grenzwertbetrachtung das Verhalten von $\mu(T)$ für $T \rightarrow \infty$ und $T \rightarrow 0$. (Bitte ausführliche Rechenschritte!)
 TIPP: Man löse den \bar{N} - μ -Zusammenhang nach μ auf.
- (c) Was passiert, wenn genau $\bar{N} = 1$ ist?
- (d) Berechnen Sie desweiteren die Entropie S und interpretieren Sie das Ergebnis. Plotten Sie dazu die Fermifunktion und die Entropie in Abhängigkeit von der Energie. (z.B. für $\mu = 0$ eV und $kT = 1$ eV)

Aufgabe 7 (5 Punkte): DICHEMATRIXGLEICHUNGEN

In der VL wurde die zeitliche Dynamik der Dichtematrix behandelt.

- (a) Wiederholen Sie, ausgehend von der von *von Neumann*-Gleichung die Ableitung der Bewegungsgleichungen für die Besetzungswahrscheinlichkeiten ρ_{nn} und die Übergangswahrscheinlichkeitsamplituden ρ_{nm} ab. Machen Sie sich die Interpretation klar.
- (b) Betrachten Sie nun die Dichtematrixgleichungen eines Zweiniveausystem ($n, m \in \{1, 2\}$). Zeigen und interpretieren Sie folgende Eigenschaften der Dichtematrix: $\dot{\rho}_{11} = -\dot{\rho}_{22}$ und $\dot{\rho}_{12} = \dot{\rho}_{21}^*$.

Aufgabe 8 (5 Punkte): ABLEITUNG DER MASTERGLEICHUNG

Ausgehend von der Dichtematrixgleichung,

$$i\hbar\partial_t\rho_{mn} = (\epsilon_m - \epsilon_n)\rho_{mn} + \sum_i (V_{mi}\rho_{in} - V_{in}\rho_{mi}),$$

soll die Ableitung der Mastergleichung

$$i\hbar\partial_t\rho_{nn} = - \sum_m p_{nm}\rho_{nn} + p_{nm}\rho_{mm},$$

(wie in der VL kurz skizziert) durchgeführt werden. Was sind die grundlegenden Unterschiede der beiden Gleichungstypen?