

4. Übungsblatt – Thermodynamik und Statistik SS10**Abgabe: Mo. 17.05.2010 bis 20 Uhr im Briefkasten**

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet.
Abgabe in Dreiergruppen! Bitte immer Namen und Matrikelnummer angeben.

Aufgabe 9 (12 Punkte): MASTERGLEICHUNG FÜR GENERATION UND REKOMBINATION

Generations- und Rekombinations-Prozesse bilden eine wichtige Familie von Markov Prozessen. Kennzeichnend für sie ist, dass nur Übergänge zwischen benachbarten Zuständen n betrachtet werden ("one-step-process"). Die Mastergleichung für solche Prozesse hat folgende Form:

$$\dot{\rho}_n(t) = -G(n)\rho_n(t) + G(n-1)\rho_{n-1}(t) - R(n)\rho_n(t) + R(n+1)\rho_{n+1}(t),$$

wobei $G(n)$ die Generationsrate und $R(n)$ die Rekombinationsrate ist. $\rho_n(t)$ ist die Wahrscheinlichkeit das System zur Zeit t im Zustand n (z.B. n Elemente im Volumen V) zu finden.

- (a) Erklären Sie die einzelnen Terme in der Gleichung mit Hilfe einer Skizze.
- (b) Ein Poisson-Prozess (wie z.B. das Tunneln durch eine Barriere - "Schrottrauschen") ist gekennzeichnet durch eine konstante Generationsrate $G(n) = g$ und eine verschwindende Rekombinationsrate $R(n) = 0$
- 1) Lösen Sie die resultierende Mastergleichung für die Anfangsbedingung $\rho_n(0) = \delta_{n,0}$ (mit $n \geq 0$). Tipp: Führen Sie die Erzeugende Funktion $G(s, t) = \sum_{n=0}^{\infty} s^n \rho_n$ ein und bestimmen Sie diese durch Lösen der durch Einsetzen der Mastergleichung resultierenden DGL.
 - 2) Zeigen Sie, dass die Relation $\langle n \rangle_t = s \frac{\partial}{\partial s} G(s, t)|_{s=1}$ gilt, und berechnen sie damit $\langle n \rangle_t$
 - 3) Zu welcher Zeit ist die Wahrscheinlichkeit $\rho_n(t)$ für einen gegebenen Wert n maximal?
- (c) Die Mastergleichung für ein Populationsmodell erhält man mit der Geburtenrate $G(n) = gn$ und der Sterberate $R(n) = rn$. Da die Raten nicht mehr konstant sind, ist das Lösen der Gleichung auf dem unter (b) skizzierten Weg analytisch sehr aufwendig. Nichtsdestotrotz kann man eine Differentialgleichung für den Mittelwert der resultierenden Verteilung aufstellen, indem man die Summe $\sum_{n=0}^{\infty} n \rho_n$ ausführt. Lösen sie die für $\langle n \rangle_t$ resultierende DGL und interpretieren Sie das Ergebnis .

Aufgabe 10 (8 Punkte): THEORMODYNAMISCHE POTENTIALE: FREIE ENERGIE

In Analogie zum in der Vorlesung vorgestellten großkanonischen Potential $J(T, V, \mu)$ soll hier die freie Energie $F(T, V, N)$ berechnet werden.

- (a) Bestimmen Sie die Entropie $S_k(T, V, N)$ und die Energie $E_k(T, V, N)$ im kanonischen Ensemble.
- (b) Berechnen Sie nun die freie Energie $F(T, V, N) = E - TS_k$.
- (c) Welche mathematische Transformation steckt hinter der Beziehung in (b). Erklären Sie diese auch mit Hilfe einer Zeichnung.
- (d) Bestimmen Sie das Differenzial von F . Was ergeben die Ableitungen nach natürlichen Variablen? Wie lauten die thermische und kalorische Zustandsgleichung?

- Vorlesung:**
- Mittwoch 12:15 Uhr – 13:45 Uhr im EW 203
 - Freitag 8:30 Uhr – 10:00 Uhr im EW 203
- Tutorien:**
- Di 12:15-13:45 EW 229
 - Mi 08:30-10:00 EW 229
 - Do 12:15-13:45 EW 229
- Scheinkriterien:**
- Mindestens 60% der Übungspunkte.
 - Bestandene Klausur.
 - Regelmäßige und aktive Teilnahme in den Tutorien.
- Klausur:**
- Mittwoch den 07.07.2010 von 12:00 – 14:00 Uhr im EW 203
- Zettel:**
- Ausgabe: Freitags in der VL.
 - Abgabe: 10 Tage später am Montag bis 18 Uhr im Briefkasten (Ernst-Rusker/Altbau).
 - Abgabe der Übungszettel in 3-er Gruppen!
- Sprechzeiten:**
- Prof. Andreas Knorr: Di, 13–14 Uhr im EW 742
 - Assistentensprechstunde: Fr, 10–11:30 Uhr im EW 721/22
 - Tutorensprechstunde: nach Absprache im Tutorium
- Kontakt:**
- Kathy Lüdge: luedge@itp.physik.tu-berlin.de
 - Frank Milde: frank@itp.physik.tu-berlin.de
 - Malte Langhoff: malte@itp.physik.tu-berlin.de
- Literatur**
- Torsten Fließbach: Statistische Physik
 - Frederick Reif: Statistische Mechanik und Theorie der Wärme
 - Eugen Fick/Günter Sauermaun: Quantenstatistik Dynamischer Prozesse
 - Wolfgang Nolting: Grundkurs Theoretische Physik, Band 4 und 6
 - Wolfgang Muschik: Repetitorium Theoretische Physik