Technische Universität Berlin – Institut für Theoretische Physik 26. April 2011

Prof. Dr. Eckehard Schöll, Dr. Kathy Lüdge
Dr. Carsten Weber

3. Übungsblatt – Theoretische Festkörperphysik I,II

Abgabe: Mo. 09.05.2011 bis 12:00 Uhr, Briefkasten ER-Gebäude

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe soll in Dreiergruppen erfolgen.

Aufgabe 7 (14 Punkte): *Gitterschwingungen*

Betrachten Sie ein einatomiges fcc-Gitter mit der Gitterkonstanten a, bei dem jedes Atom mit Masse M nur mit seinen direkten Nachbarn über das zentralsymmetrische Potential $V(|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_{n'}|)$ wechselwirkt.

(a) Zeigen Sie, dass die Frequenzquadrate der drei Moden für gegebenen Wellenvektor $\mathbf{q}$ die Eigenwerte folgender Matrix ("dynamische Matrix") sind:

$$D_{ij} = \frac{1}{M} \sum_{\mathbf{R}} \sin^2 \left(\frac{1}{2} \mathbf{q} \cdot \mathbf{R} \right) (A\delta_{ij} + BR_iR_j) \, .$$

Die Summe läuft über die zwölf nächsten Nachbarn von $\mathbf{R} = 0$ und es gilt: $A = 2V'(d)/d$, $B = 2(V''(d)/d^2 - V'(d)/d^3)$ mit dem Abstand d zum nächsten Nachbarn.

(b) Welcher Zusammenhang besteht zwischen $V'(d)$ und dem hydrostatischen Druck p? Damit können Sie im Folgenden $A = 0$ setzen, was einem geringen Druck entspricht.

(c) Berechnen Sie für $\mathbf{q} = (q, 0, 0)$ und $\mathbf{q} = (q, q, 0)/\sqrt{2}$ jeweils die Schwingungsmoden und die zugehörigen Eigenfrequenzen. Skizzieren Sie die beiden Dispersionskurven als Funktion von q.

Aufgabe 8 (6 Punkte): *Kontinuumsmechanik in kubischen Kristallen*

Für kleine Deformationen ε_{kl} kann man die Spannungen σ_{ij} nach dem Hooke'schen Gesetz $\sigma_{ij} = \sum_{kl} C_{ijkl}\varepsilon_{kl}$ berechnen. In kubischen Kristallen, deren Achsen $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$ sind, gilt:

$$C_{ijkl} = C_{12}\delta_{ij}\delta_{kl} + C_{44}(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) + (C_{11} - C_{12} - 2C_{44})\delta_{ijkl},$$

wobei $\delta_{ijkl} = 1$ für i = j = k = l und ansonsten 0.

(a) Stellen Sie die Bewegungsgleichung $\rho \frac{\partial^2 \mathbf{s}}{\partial t^2} = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}$ auf ($\mathbf{s}$... Verschiebungsfeld, ρ ... Dichte).

(b) Berechnen Sie die Schallgeschwindigkeiten in den Richtungen $(1, 0, 0)$ und $(1, 1, 0)/\sqrt{2}$.

(c) Bestimmen Sie die Schallgeschwindigkeiten für GaAs: ρ (siehe Aufg. 2), $C_{11} = 1.181 \times 10^{12}$ dyn/cm^2, $C_{12} = 0.532 \times 10^{12}$ dyn/cm^2, $C_{44} = 0.594 \times 10^{12}$ dyn/cm^2 (1 Pa = 10 dyn/cm^2).