Prof. Dr. Eckehard Schöll, Dr. Kathy Lüdge
Dr. Carsten Weber

9. Übungsblatt – Theoretische Festkörperphysik I,II

Abgabe: Mo. 20.06.2011 bis 17:00 Uhr, Briefkasten ER-Gebäude

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe soll in Dreiergruppen erfolgen.

Aufgabe 21 (10 Punkte): *Bloch-Oszillationen*

Betrachten Sie ein Elektron in einem eindimensionalen periodischen Potential mit Gitterkonstante a. Daraus resultiere im untersten Band eine Dispersionsrelation der Form

$$E_k = E_0 - E_1 \cos(ka).$$

Zusätzlich werde nun ein elektrisches Feld $\mathcal{E}$ angelegt. Im Folgenden sei angenommen, dass das Elektron das unterste Band nicht verlassen kann.

(a) Berechnen Sie die Gruppengeschwindigkeit des Elektrons in Abhängigkeit von der Zeit. Welche Leitfähigkeit ergibt sich daraus?

(b) Es sei nun angenommen, dass das Elektron nach einer Zeit τ durch äußere Streuung wieder in den Zustand $k = 0$ zurückgestreut wird. Wie ändert sich dadurch die elektrische Leitfähigkeit?

(c) Um die Rückstreuung realistischer zu machen, nehmen wir jetzt an, dass das Elektron nach der Zeit τ in einen beliebigen k-Zustand streuen kann. Das Verhältnis der Streuwahrscheinlichkeiten ergibt sich durch einen Boltzmannfaktor $\exp(-E_k/k_BT)$. Was ergibt sich jetzt für die elektrische Leitfähigkeit?

Aufgabe 22 (10 Punkte): *Spezifische Wärme des freien Elektronengases*

(a) Berechnen Sie die innere Energie pro Volumen

$$\frac{U}{V} = \frac{1}{V} \int dE z(E) f(E) E$$

des freien Elektronengases der Dichte n bis zur Ordnung $\left(\frac{k_BT}{E_F}\right)^2$ im Grenzfall $k_BT \ll E_F$. Dabei ist $f(E) = \left[1 + \exp\left(\frac{E-\mu}{k_BT}\right)\right]^{-1}$ die Fermi-Funktion und $z(E)$ die Zustandsdichte des dreidimensionalen freien Elektronengases (vgl. Übungsblatt 4, Aufgabe 10).
Hinweis: Entwickeln Sie den Integranden für kleine Temperaturen (vgl. Übung) und verwenden Sie

$$\mu \approx E_F \left[1 - \frac{\pi^2}{12} \left(\frac{k_BT}{E_F}\right)^2\right].$$

(b) Berechnen Sie daraus die spezifische Wärme $C_V = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)\Big|_{V,N}$ und vergleichen Sie mit dem Ausdruck, den Sie klassisch erwarten würden, sowie mit der spezifischen Wärme der Phononen.