Prof. Dr. Eckehard Schöll, Dr. Kathy Lüdge
Dr. Carsten Weber

11. Übungsblatt – Theoretische Festkörperphysik I,II

Abgabe: Mo. 04.07.2011 bis 17:00 Uhr, Briefkasten ER-Gebäude
Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe soll in Dreiergruppen erfolgen.

Aufgabe 25 (5 Punkte): *Stoßionisationsschwelle*

Geben Sie die minimale kinetische Energie an, die ein Elektron in GaAs haben muss, um Stoßionisation ausführen zu können. In GaAs liegen sowohl das Minimum des Leitungsbandes als auch das Maximum des Valenzbandes bei $\mathbf{k} = 0$. Dabei sollen beide Extrema als isotrop parabolisch mit den effektiven Massen $m_\mathrm{V} = 0.5\, m_\mathrm{e}$, $m_\mathrm{L} = 0.065\, m_\mathrm{e}$ betrachtet werden. Die Bandlücke beträgt $E_\mathrm{L} - E_\mathrm{V} = 1.5$ eV.

Aufgabe 26 (10 Punkte): *(Klassischer) Hall-Effekt*

Betrachten Sie die klassische Bewegungsgleichung eines Ladungsträgers im elektromagnetischen Feld:

$$\dot{\mathbf{v}} = -\frac{e}{m}\mathbf{E} - \frac{e}{m}\mathbf{v} \times \mathbf{B} - \frac{1}{\tau}\mathbf{v}.$$

Es wird ein Dämpfungsterm mit phänomenologischem Parameter τ angenommen. Die Stromdichte ist gegeben als

$$\mathbf{j} = -ne\mathbf{v} = \boldsymbol{\sigma}\mathbf{E}.$$

Dabei ist n die Teilchendichte und $\boldsymbol{\sigma}$ der Leitfähigkeitstensor.

(a) Geben Sie für verschwindendes Magnetfeld die homogene und die stationäre Lösung an. Diskutieren Sie die Relevanz der homogenen Lösung und zeigen Sie $\boldsymbol{\sigma} \equiv \sigma = ne^2\tau/m$.

(b) Betrachten Sie im Folgenden ein magnetisches Feld in z-Richtung $\mathbf{B} = (0, 0, B)$ und $\mathbf{E}$ beliebig. Prüfen Sie die Lösung und bestimmen Sie ω_c:

$$\begin{aligned} v_x &= v_0 \cos(\omega_\mathrm{c} t + \phi) e^{-t/\tau} - \frac{e\tau}{m}\frac{1}{1+\omega_\mathrm{c}^2\tau^2}(E_x + \omega_\mathrm{c}\tau E_y), \\ v_y &= -v_0 \sin(\omega_\mathrm{c} t + \phi) e^{-t/\tau} - \frac{e\tau}{m}\frac{1}{1+\omega_\mathrm{c}^2\tau^2}(E_y - \omega_\mathrm{c}\tau E_x), \\ v_z &= -v_0 e^{-t/\tau} - \frac{e\tau}{m}E_z. \end{aligned}$$

(c) Diskutieren Sie die Lösung für kurze und lange Zeiten (gegenüber τ).

(d) Folgern Sie aus dem stationären Fall:

$$\sigma = \frac{ne^2\tau}{m}\begin{pmatrix} \frac{1}{1+\omega_\mathrm{c}^2\tau^2} & \frac{\omega_\mathrm{c}\tau}{1+\omega_\mathrm{c}^2\tau^2} & 0 \\ -\frac{\omega_\mathrm{c}\tau}{1+\omega_\mathrm{c}^2\tau^2} & \frac{1}{1+\omega_\mathrm{c}^2\tau^2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

(e) Zeigen Sie den Grenzfall aus (a) für $B \to 0$.

(f) Nehmen Sie nun $\mathbf{E} = (E_x, 0, 0)$ an und leiten Sie die Hall-Spannung her: $U_\mathrm{H} = U_y = A_\mathrm{H}\frac{IB}{L_z}$ (Hall-Konstante $A_\mathrm{H} = -\frac{1}{ne}$, L_z Dicke der Probe).

Bitte Rückseite beachten!⟶

Aufgabe 27 (5 Punkte): *Hall-Konstante bei ambipolarem Transport*

Wenn in einem Halbleiter sowohl Elektronen (Dichte n, Mobilität μ_n, Hallfaktor r_n) als auch Löcher (Dichte p, Mobilität μ_p, Hallfaktor r_p) zum Transport beitragen, dann gilt für hinreichend kleine Magnetfelder (d.h. $\omega_\mathrm{c}\tau \ll 1$) für die Hall-Konstante (vgl. Übung):

$$A_\mathrm{H} = \frac{1}{e}\frac{p r_\mathrm{p}\mu_\mathrm{p}^2 - n r_\mathrm{n}\mu_\mathrm{n}^2}{(p\mu_\mathrm{p} + n\mu_\mathrm{n})^2}.$$

Bei welcher Kompensation $N_\mathrm{A} - N_\mathrm{D}$ verschwindet die Hall-Konstante bei Raumtemperatur in Germanium, wenn man davon ausgeht, dass alle Donatoren (N_D) und Akzeptoren (N_A) ionisiert sind? Für geringe Störstellenkonzentration ($< 10^{14}$ cm^{-3}) gilt bei Raumtemperatur $\mu_\mathrm{p} = 1800$ cm^{2}V^{-1}s^{-1}, $\mu_\mathrm{n} = 3900$ cm^{2}V^{-1}s^{-1}. Die intrinsische Ladungsträgerkonzentration beträgt $n_i = 2,33 \times 10^{13}$ cm^{-3}. Nehmen Sie $r_\mathrm{p} = r_\mathrm{n}$ an.
Tipp: Benutzen Sie, dass $np = n_i^2 = f(T)$ unabhängig von der Lage des chemischen Potentials μ gilt.