Technische Universität Berlin
Institut für Theoretische Physik
Prof. Dr. Tobias Brandes
Dr. Clive Emary
Arash Azhand, Mathias Hayn, Philipp Zedler

15. Juni 2011

www.tu-berlin.de/?98664

9. Übungsblatt zur Theoretischen Physik IV

Reduzierte Dichtematrix, Kernzerfall, Höhenformel

Abgabe: Montag 27. 06. 2011 bis 12.00 Uhr in den Briefkasten im Physik-Altbau.

Aufgabe 23 (3+3+2=8 Punkte): *Reduzierte Dichtematrix*
Ein Spin $1/2$ (System A) sei an ein Wärmebad (System B) mit N Zuständen gekoppelt. Das Gesamtsystem (A+B) befinde sich im normierten Zustand

$$|\Psi\rangle \equiv |\uparrow\rangle \otimes (\alpha_1|1\rangle + \ldots + \alpha_N|N\rangle) + |\downarrow\rangle \otimes (\beta_1|1\rangle + \ldots + \beta_N|N\rangle).$$

(a) Drücken Sie die reduzierte Dichtematrix ρ_A für das System A mittels der komplexen Koeffizientenvektoren $\vec{\alpha}$ und $\vec{\beta}$ aus.

(b) Berechnen Sie die Quadrate der Koeffizienten, λ_n^2, in der Schmidt-Zerlegung des Zustands, $|\Psi\rangle = \sum_n \lambda_n |c_n^{(A)}\rangle \otimes |c_n^{(B)}\rangle$, und überprüfen Sie explizit, dass ρ_A eine Dichtematrix ist.

(c) Diskutieren Sie für reelle $\vec{\alpha}$ und $\vec{\beta}$ mit $|\vec{\alpha}| = |\vec{\beta}|$ die Abhängigkeit der von-Neumann-Entropie für ρ_A vom Winkel zwischen $\vec{\alpha}$ und $\vec{\beta}$. Wann ist $|\Psi\rangle$ verschränkt?

Aufgabe 24 (6 Punkte): *Höhenformel*
Berechnen Sie mit klassischer statistischer Mechanik den Druck eines idealen Gases von Teilchen der Masse m im konstanten Schwerefeld als Funktion der Höhe.

Aufgabe 25 (2+2+2=6 Punkte): *Ratengleichung für Kernzerfall*
Die Zerfallswahrscheinlichkeit pro Zeit eines Kerns sei w.

(a) Stellen Sie die Ratengleichung für $p(n,t)$ auf, wobei $p(n,t)$ die Wahrscheinlichkeit ist, nach der Zeit t noch n nicht zerfallene Kerne zu haben. Nehmen Sie dabei an, dass die Zerfallsprozesse unabhängig voneinander sind.

(b) Berechnen Sie aus der Ratengleichung für $p(n,t)$ den Mittelwert $\langle n\rangle(t)$ der Anzahl nicht zerfallener Kerne nach der Zeit t.

(c) Lösen Sie die Differentialgleichung für die erzeugende Funktion $F(z,t) = \sum_n z^n p(n,t)$ und bestimmen Sie damit $p(n,t)$ mit der Anfangsbedingung, dass $p(n,t_0) = \delta_{n,n_0}$.

- **Internetseite der Veranstaltung:** http://www.tu-berlin.de/?98664
- **Vorlesung:** Mittwoch 12:00 bis 14:00 Uhr und Freitag 8:00 bis 10:00 Uhr in EW 203
- **Literatur:**
  - Arnold Sommerfeld, *Vorlesungen über Theoretische Physik - Thermodynamik und Statistik*
  - R. Becker, *Theorie der Wärme*
  - Wolfgang Nolting, *Grundkurs Theoretische Physik 4 - spezielle Relativitätstheorie und Thermodynamik*
  - Wolfgang Nolting, *Grundkurs Theoretische Physik 6 - statistische Physik*
  - Norbert Straumann, *Thermodynamik*
  - Herbert B. Callen, *Thermodynamics (1966), Thermodynamics and an introduction to thermostatics (1985)*
- **Tutorien:**
  - Dienstag, 12:00 bis 14:00 Uhr bei Mathias Hayn
  - Mittwoch, 8:00 bis 10:00 Uhr bei Arash Azhand
  - Donnerstag, 12:00 bis 14:00 Uhr bei Philipp Zedler
- **Scheinkriterien:** 50% der Punkte aus den Übungszetteln, aktive Teilnahme an den Tutorien und bestandene Klausur.
- **Sprechstunden:**
  - Prof. Dr. T. Brandes: Mo, 13:00 - 14:00 Uhr in EW 744
  - Philipp Zedler: Mi, 11:00 - 12:00 Uhr EW 711
  - Arash Azhand: Fr, 14:00 - 15:00 Uhr in EW 627
- **Klausur:**
  - *Datum:* Mi, 13. 07. 2011
  - *Zeit:* 12:00 - 14:00 Uhr
  - *Raum:* EW 201