Technische Universität Berlin
Institut für Theoretische Physik
Prof. Dr. Tobias Brandes
Dr. Clive Emary
Arash Azhand, Mathias Hayn, Philipp Zedler

28. April 2011

www.itp.tu-berlin.de/2578.html

1. Übungsblatt zur Theoretischen Physik IV

Differentiale und Adiabaten-Gleichung

Abgabe: Montag 02.05. 2011 bis 12.00 Uhr in den Briefkasten im Physik-Altbau.

Aufgabe 1 (10 Punkte): *Differentiale im Zustandsraum mit Loch*
Betrachten Sie ein thermodynamisches System mit der x-y-Ebene ohne den Ursprung, d.h. $Z_0 \equiv R^2\backslash(0,0)$, als Zustandsraum. Wir untersuchen, ob ein gegebenes Differential $\omega(x,y)$ eine innere Energie $U(x,y)$ mit $dU = \omega$ definiert. Betrachten Sie die beiden Kandidaten

$$\omega_1(x,y) \equiv \frac{2xdx}{x^2+y^2} + \frac{2ydy}{x^2+y^2}, \quad \omega_2(x,y) \equiv \frac{-ydx}{x^2+y^2} + \frac{xdy}{x^2+y^2}.$$

(1.1) Berechnen Sie die Kurvenintegrale $\int \omega_1$ und $\int \omega_2$ für Zustandsänderungen entlang des Einheitskreises (eine Umrundung).

(1.2) Schreiben Sie ω_1 und ω_2 in ebenen Polarkoordinaten.

(1.3) Finden Sie die innere Energie $U_1(x,y)$ so dass $dU_1 = \omega_1$, und skizziere die Fläche $U_1(x,y)$.

(1.4) Das Differential ω_2 ist nicht exakt, d.h es gibt keine innere Energie U_2 mit $dU_2 = \omega_2$ im Zustandsraum Z_0. Wir schneiden jetzt den Zustandsraum z.B. entlang der positiven x-Achse auf, $Z_1 \equiv R^2\backslash\{x \geq 0\}$. Zeigen Sie, dass dann $\omega_2 = dU_2$ exakt in Z_1 ist, und skizzieren Sie die Fläche $U_2(x,y)$ der inneren Energie. HINWEIS: benutzen Sie die Darstellung von ω_2 in ebenen Polarkoordinaten, s.o.

Aufgabe 2 (10 Punkte): *Adiabaten-Gleichung*
Die Zustandsgleichung eines ideales Gases aus N Teilchen in einem Volumen V mit p und Temperatur T lautet

$$pV = Nk_BT.$$

(2.1) Zeigen Sie, dass der Wärmetransfer bei einem infinitesimalen quasistatischen Prozesses mit N Gasmolekülen gegeben ist durch

$$\delta Q = \frac{C_V V dp + C_p p dV}{Nk_B}.$$

(2.2) Zeigen Sie, dass mit diesem Ergebnis und unter der Annahme konstanter (temperaturunabhängiger) Wärmekapazitäten für einen quasistatischen, adiabatischen Prozess eines ideales Gases gilt, dass

$$pV^\gamma = K, \tag{1}$$

wobei K eine Konstante ist und $\gamma \equiv C_p/C_V$.

(2.3) Zeigen Sie, dass die an dem Gas während einer quasistatischen, adiabatischen Kompression von Zustand (p_i, V_i, T_i) zum Zustand (p_f, V_f, T_f) verrichtete Arbeit gegeben ist durch

$$W = \frac{p_f V_f - p_i V_i}{\gamma - 1} = \frac{p_i V_i \left\{(V_f/V_i)^{1-\gamma} - 1\right\}}{\gamma - 1} \tag{2}$$

Bitte Rückseite beachten!⟶

(2.4) Zeigen Sie, dass durch Anwendung der Beziehung $C_p - C_v = Nk_B$ die obige Gleichung für W umgeschrieben werden kann als

$$W = C_V(T_f - T_i). \tag{3}$$

Zeigen Sie auch, wie dieser Ausdruck aus der Energieerhaltung und der Tatsache, dass C_V konstant ist, folgt (ideales Gas).

- **Internetseite der Veranstaltung:** http://www.tu-berlin.de/?98664
- **Vorlesung:** Mittwoch 12:00 bis 14:00 Uhr und Freitag 8:00 bis 10:00 Uhr in EW 203
- **Literatur:**
  - Arnold Sommerfeld, *Vorlesungen über Theoretische Physik - Thermodynamik und Statistik*
  - R. Becker, *Theorie der Wärme*
  - Wolfgang Nolting, *Grundkurs Theoretische Physik 4 - spezielle Relativitätstheorie und Thermodynamik*
  - Wolfgang Nolting, *Grundkurs Theoretische Physik 6 - statistische Physik*
  - Norbert Straumann, *Thermodynamik*
  - Herbert B. Callen, *Thermodynamics (1966), Thermodynamics and an introduction to thermostatics (1985)*
- **Tutorien:**
  - Dienstag, 12:00 bis 14:00 Uhr bei Mathias Hayn
  - Mittwoch, 8:00 bis 10:00 Uhr bei Arash Azhand
  - Donnerstag, 12:00 bis 14:00 Uhr bei Philipp Zedler
- **Scheinkriterien:** 50% der Punkte aus den Übungszetteln, aktive Teilnahme an den Tutorien (einmal Vorrechnen) und bestandene Klausur.
- **Sprechstunden:**
  - Prof. Dr. T. Brandes: Mo, 13:00 - 14:00 Uhr in EW 744
  - Philipp Zedler: Mi, 11:00 - 12:00 Uhr EW 711
  - Arash Azhand: Do, 11:00 - 12:00 Uhr in EW 627