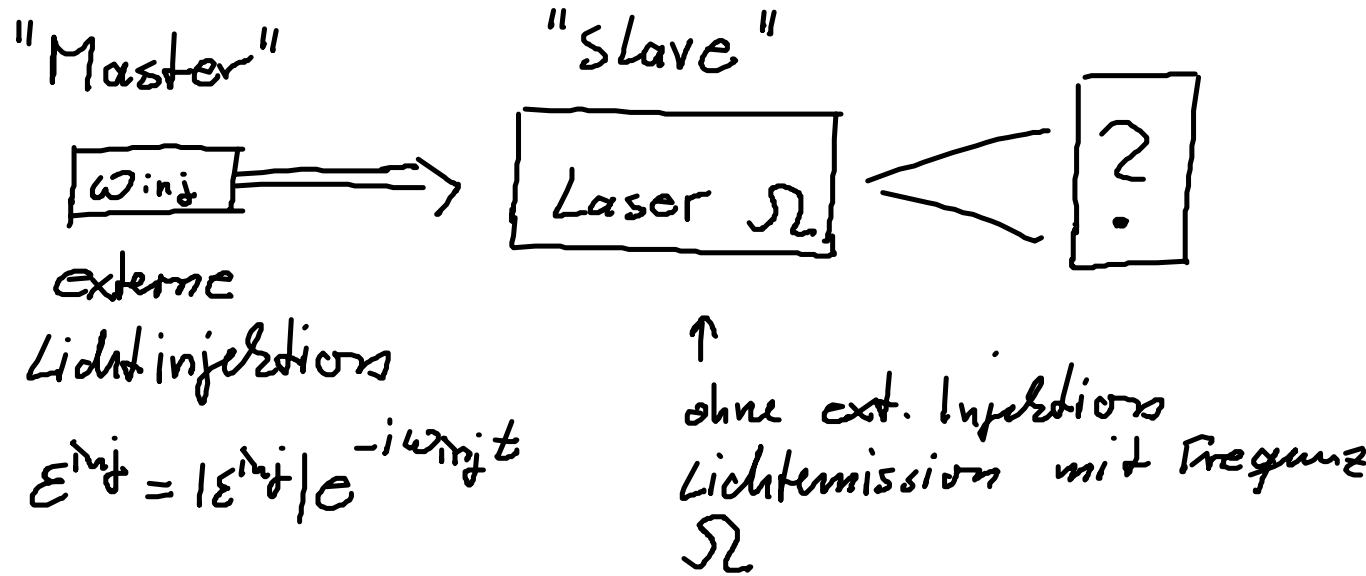


4. Laser mit optischer Injektion

Setup



Fragestellung: Wie beeinflusst die Injektion die Lichtemission des Slave Lasers?

Beschreibungsebene: • Semiklassische Gleichungen mit eliminierten Polarisation (Annahme y im Slave Laser groß)

• nur eine Mode im Slave Laser

Aus Grundgleichung in 3.4. folgt
mit $\dot{p}_n = 0$ der
statische Zusammenhang: $p_n = \frac{g_{\lambda n} d_n \epsilon}{(\bar{\omega}_n - \Omega) - i\gamma}$

$$\dot{p}_n = p_n [i(\Omega - \bar{\omega}_n) - \gamma] + i g_{\lambda n} d_n \epsilon$$

$$W_{\lambda n} = \frac{2\gamma |g_{\lambda n}|^2}{(\Omega - \bar{\omega}_n)^2 + \gamma^2}$$

Einstein Koeff.

Die Feldgleichung für $a = \epsilon e^{-i\Omega t}$ wird zu

$$\dot{\epsilon} = \left[i(\Omega - \omega) - \kappa + i \sum_n \frac{|g_{\lambda n}|^2}{(\Omega - \bar{\omega}_n) + i\gamma} d_n \right] \epsilon$$

$$(I) \quad \dot{\epsilon} = \left\{ \underbrace{i \left[\Omega - \omega + \sum_n \frac{\Omega - \bar{\omega}_n}{2\gamma} W_{\lambda n} d_n \right]}_{\text{Im}\{\text{Gain}\}} + \underbrace{\sum_n \frac{1}{2} W_{\lambda n} d_n - \kappa}_{\text{Re}\{\text{Gain}\}} \right\} \epsilon$$

($\dot{\epsilon} = \text{Gain} \cdot \epsilon$)
 \uparrow Im{Gain} (Phasenshift)
 \uparrow Re{Gain} (Verstärkung)

und für \dot{d}_n ergibt sich:

$$(II) \quad \dot{d}_n = \frac{d_0 - d_n}{T} - 2 d_n W_{\lambda n} |\epsilon|^2$$

für $\gamma \gg \kappa$ ist $\Omega \approx \omega$

$$\Rightarrow \dot{\epsilon} = \underbrace{\left\{ \frac{1}{2} \sum_n d_n \left[i \frac{\omega - \bar{\omega}_n}{\gamma} + 1 \right] W_{\lambda n} - \kappa \right\}}_{\text{komplexer Gain}} \epsilon$$

4.1. Amplituden - Phasen Kopplung

• falls keine inhomogene Breite (also keine n. Abhängigkeit) vorliegt ergibt sich für die Verstärkung des ϵ -Feldes

$$\text{Gain} := \frac{1}{2} W D \left(1 + i \frac{\omega - \bar{\omega}}{\gamma} \right) - \kappa$$

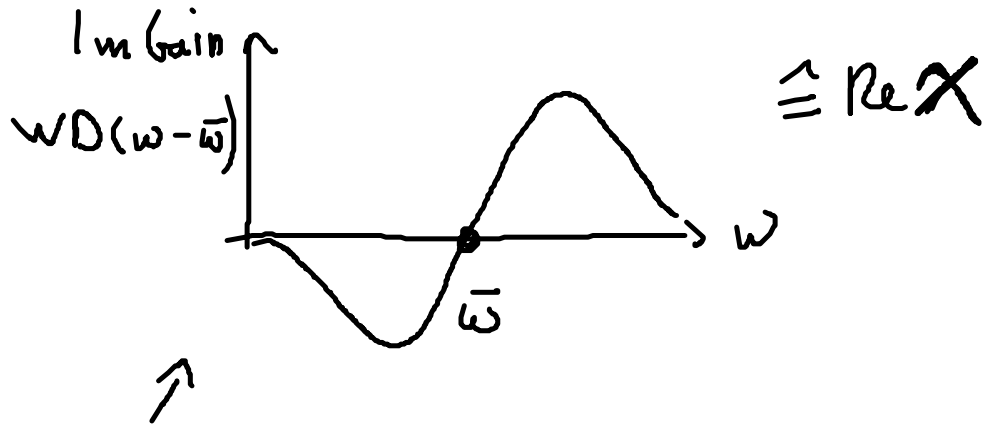
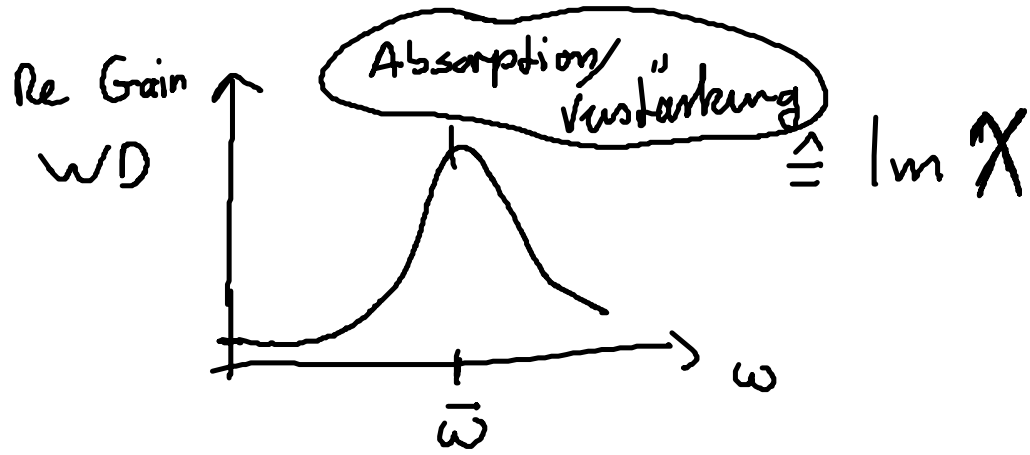
↑
ist frequenzabhängig

$$W_{\lambda n} = W$$

$$0 = \sum_n d_n$$

- in diesem Fall gilt :- Gain linear in der Inversion D
 - Inversion koppelt nur an Realteil von ϵ

→ keine Amplituden Phasen Kopplung



↑
gilt für
Atomlasern mit gleichen Atomen oder für Quantenpunktlasern
ohne Größenvariationen der Quantenpunkte

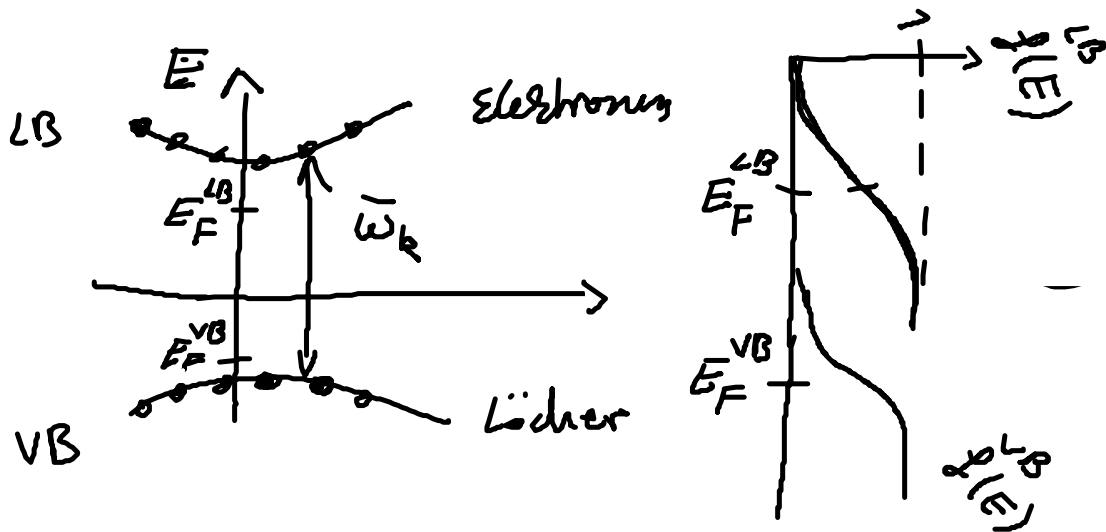
Suszeptibilität:

$$P(\sim \sum_n \rho_n) = \epsilon_0 \chi \cdot E$$

$$\dot{E} = \underbrace{i \epsilon_0 \chi}_{\text{Gain} + \kappa} E - \kappa E$$

4.2. Halbleiterlasern

Statt verschiedenen Atomen mit Index n müssen k -Zustände im Band betrachtet werden



Besetzung der Zustände im Band im quasi-Gleichgewicht gegeben durch Fermi-Verteilung $f(E)$

Ladungsträgerzahl $N = \sum_k f_k = V \int f(E) D(E) dE$ im Band

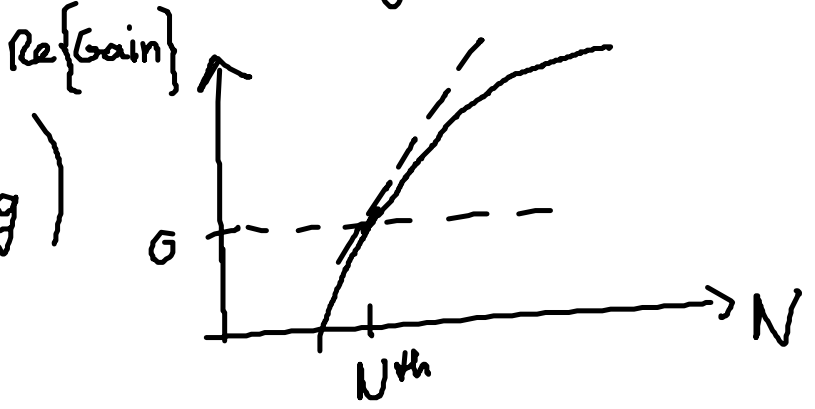
verändert sich wenn sich das Fermi-niveau E_F ändert (durch Strom-injektion)

Berechnung des
Gains im HL: $\text{Re}\{\text{Gain}\} = \sum_i W_{\lambda k} (f_k^{LB} - f_k^{VB}) - K$

k ↑ enthält Bandstrukturigenschaften des HL

- Im allgemeinen ^{erhält sich} ein komplexer Zusammenhang mit N

BSP:
(numerische Modellierung)



• viele Eigenschaften lassen sich gut mit linearer Gain Näherung beschreiben

- Ansatz $\text{Re}\{\text{Gain}\} = G'_N (N - N_{th}) - k$

• gleiche Argumentation für $\text{Im}\{\text{Gain}\}$

$$\text{Im}\{\text{Gain}\} = g''_N (N - N_{th})$$

Näherung: Frequenz schiebt linear mit Ladungsträgerzahl

Frage: Wie hängen G_N' und g_N'' voneinander ab?

- Einführen eines phänomenologischen Faktors
 α -Factor / Linienbreiten-vergrößernder Faktor

als Maß für Amplituden-Phasen-Kopplung

$$\boxed{\alpha} = \frac{\frac{\partial \chi'}{\partial N}}{\frac{\partial \chi''}{\partial N}} \Bigg|_{\omega, N} = \frac{\frac{\partial \operatorname{Im}\{\text{Gain}\}}{\partial N}}{\frac{\partial \operatorname{Re}\{\text{Gain}\}}{\partial N}} \Bigg|_{\omega, N} = \frac{g_N''}{G_N'}$$

\nearrow Brechungsindexänderung
 \nearrow linearer Gain G_N'
 \uparrow lineare Näherung für den Gain

- es kann auch nach anderen Größen abgeleitet werden (fällt mit Kettenregel raus)

- α ist immer Null für 2 Niveaus System (symmetrische Gain spektren)

⇒ es ergibt sich für

\mathcal{E} -Feld Gleichung des Halbleiterlasers (semiklass., ohne p)

$$\dot{\mathcal{E}} = (G_N + i g_N) (N - N_{th}) \mathcal{E}$$
$$= G_N (1 + i \alpha) \tilde{N} \mathcal{E}$$

$$\tilde{N} = N - N_{th}$$

$$\dot{\tilde{N}} = J - J_{th} - \frac{\tilde{N}}{T_1} - (G_N \tilde{N} + 2\kappa) |\mathcal{E}|^2$$

↑ elektrischer Pumpstrom

↑ Lebensdauer der Elektronen im Band

4.3. Adler Gleichung (getriebener Phasenosz.)



$\phi_{inj} = \omega_{inj} t$

$\phi(t)$

nur Phasendynamik wird betrachtet.
(Amplitude zunächst konstant)

vereinfachte Feldgleichung mit Injektion

$$\dot{a}(t) = -i\Omega a(t) + \epsilon_{inj}/\tau(t)$$

$$\Rightarrow \dot{\phi} = \Omega + \underbrace{\frac{|\epsilon_{inj}/\tau|}{|a|}}_{\text{injektionsstärke} \rightarrow k} \sin(\underbrace{\phi - \phi_{inj}}_{\Delta\phi})$$

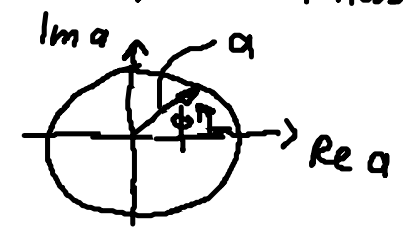
injektionsstärke $\rightarrow k$

Slave Laser beschrieben als

$$a = |a| e^{-i\phi(t)}$$

\uparrow konstante Amplitude

(reiner Phasenoszillator)



Master Laser mit ϵ -Feld

$$\epsilon_{inj} = |\epsilon_{inj}| e^{-i\omega_{inj} t}$$

$$\Delta\phi = \phi(t) - \phi_{inj}$$

Output detuning

$$(\Delta\phi) = \phi - \omega_{inj} = \Delta\omega$$

$$\Delta \dot{\phi} = \Delta \omega_{inj} - k \sin \Delta \phi \quad (*)$$

Input detuning

$$\Delta \omega_{inj} = \Omega - \omega_{inj}$$

Adler Gleichung (1973)

(hergeleitet aus Phasenkopplung beim Schwingkreis)

beschreibt

periodisch getriebenen Phasenoszillator!

Suche Lösungen bei denen die Frequenz am Ausgang genau der Frequenz des injizierten Signals entspricht,

also $\Delta \phi = \phi_0 = \text{konstant}$ da dies gerade $\dot{\phi}(t) = \omega_{inj}$ liefert.

$$\Rightarrow 0 = \Delta \omega_{inj} - k \sin \phi_0$$

2 Lösungen

①

$$\phi_0 = \arcsin \frac{\Delta \omega_{inj}}{k}$$

Stabiler Knoten

②

$$\phi_0 = \pi - \arcsin \frac{\Delta \omega_{inj}}{k}$$

Instabiler Sattel

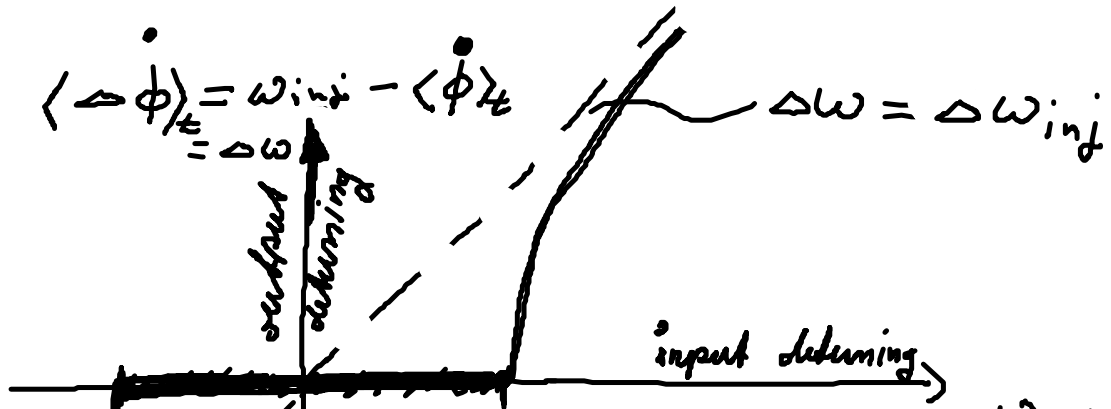
Nur existierend wenn $\left| \frac{\Delta \omega_{inj}}{k} \right| \leq 1$

Stabilität: $\Delta \dot{\phi} = f(\Delta \phi)$

$$\left. \frac{\partial f(\Delta \phi)}{\partial \Delta \phi} \right|_{\phi_0} = -k \cos \phi_0$$

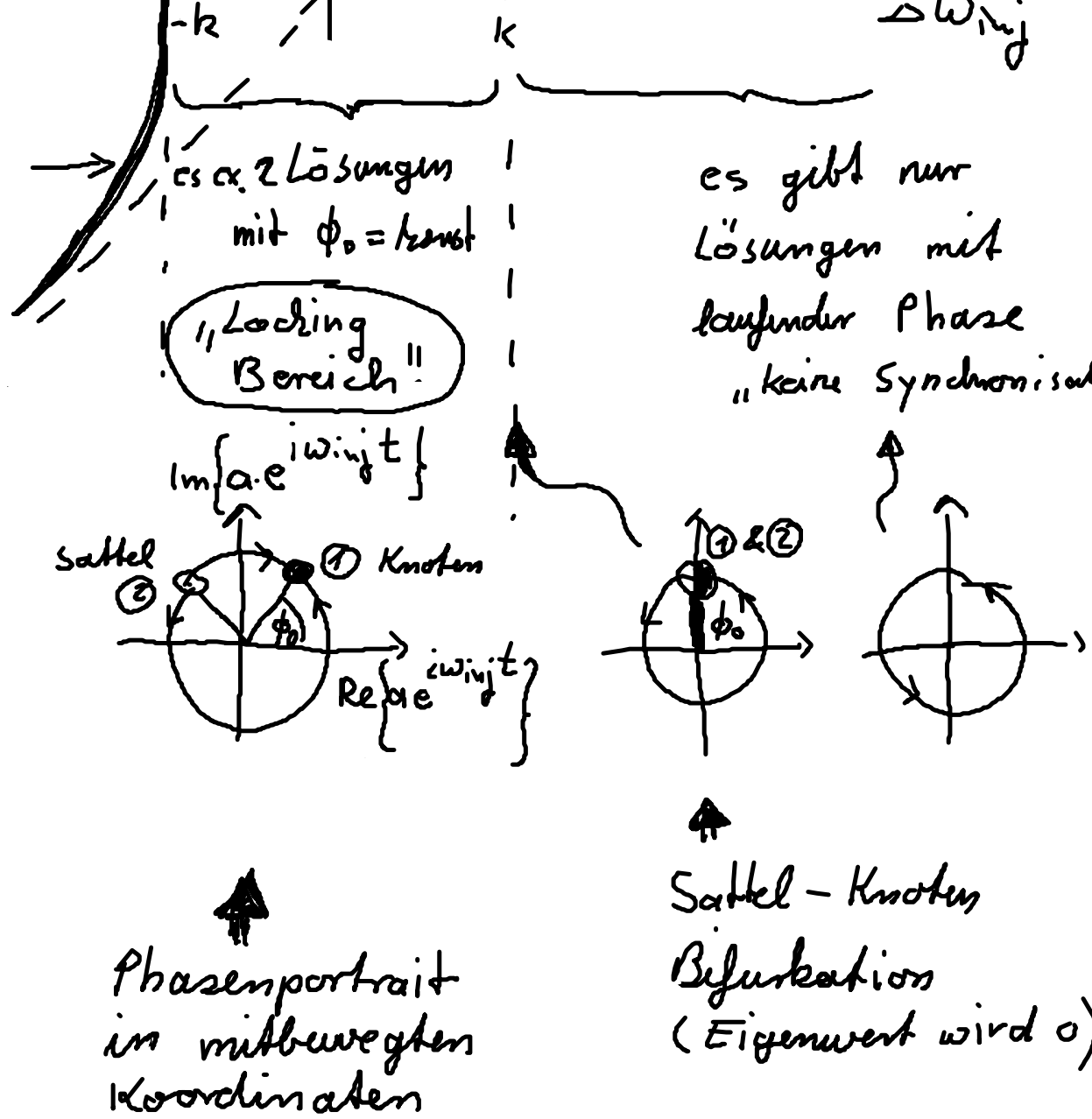
< 0 für Lösung ①

> 0 für Lösung ②



mittlere Frequenz $\langle \dot{\phi} \rangle_t$
 außerhalb des Locking Bereiches
 folgt aus Integration von \odot

$$\begin{aligned}
 T &= \int_0^T dt \\
 &= \int_0^{2\pi} \frac{dt}{d\Delta\phi} d\Delta\phi \\
 &= \int_0^{2\pi} \frac{1}{\Delta\omega_{inj} - k \sin \Delta\phi} d\Delta\phi \\
 &= \frac{2\pi}{\sqrt{\Delta\omega_{inj} - k^2}}
 \end{aligned}$$



Bemerkung: - für große Input detuning gilt

$$\left| \frac{k}{\Delta\omega_{inj}} \right| \ll 1 \quad \rightarrow \quad \frac{2\pi}{T} = \Delta\omega \approx \Delta\omega_{inj} \left(1 - \frac{k^2}{2\Delta\omega_{inj}} \right)$$

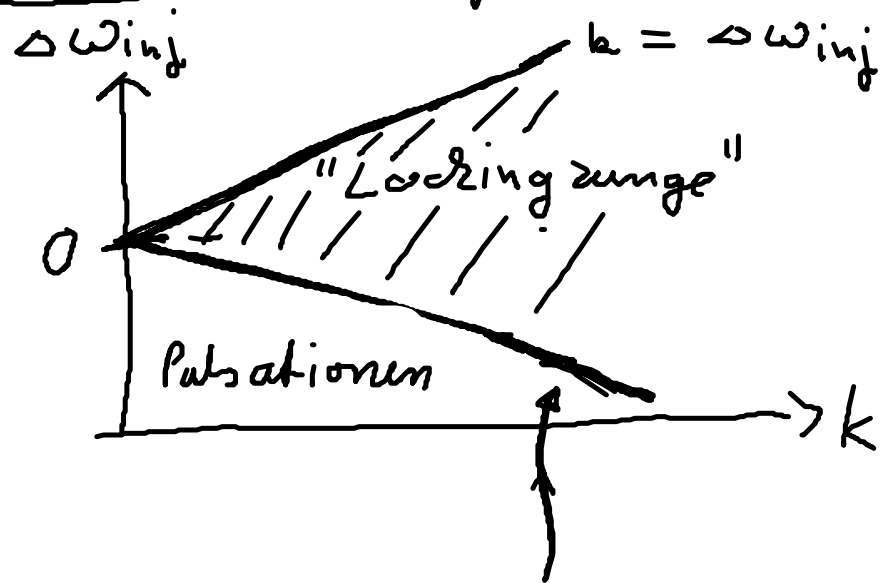
d.h. der getriebene Laser emittiert im Mittel mit seiner eigenen Frequenz Ω allerdings ist die Amplitude moduliert

- am Bifurkationspunkt ($k = |\Delta\omega_{inj}|$) kommt es zu einer kritischen Verlangsamung der Dynamik da $T \rightarrow \infty$

Scaling law

$$T \sim \frac{1}{\sqrt{|\Delta\omega_{inj} - k^2|}}$$

2 Parameter Bifurkationsdiagramm



Sattel-Knoten Linie