

Organisatorisches: VL vom 16.5 wird  
verlegt auf 14.5 10:15 EW 016

---

Zusammenfassung: Lineare Stabilitätsanalyse

- Fixpunkte bekannt aus Bedingung  $\nabla F(x) = 0$  des Systems  $F(x) = \dot{x}$

Frage: wie bewegt sich das System auf dem Fixpunkt zu (also Lösung der OGL)

Problem: bei nichtlinearen Gl. i.a. nicht analytisch zu beantworten

Ansatz: Vereinfache die OGL zu einem linearen OGL System in der Nähe der Fixpunkte

=> Lösung bekannt (in der Nähe vom Fixpunkt)

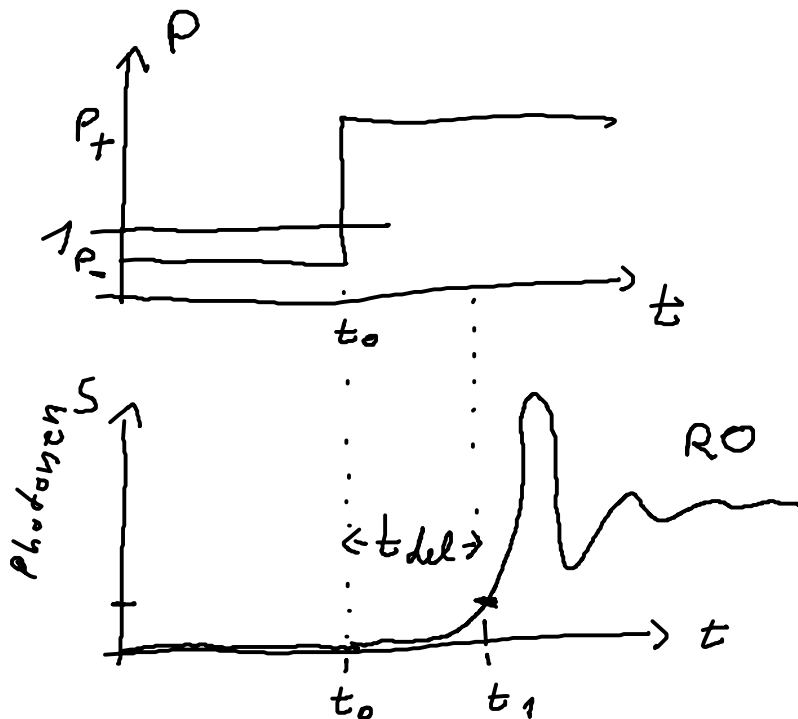
• Eigenwerte der Jacobimatrix beantworten dann wie das Phasenportrait aussieht

z.B. Knoten (EW reell)

und ob der Fixpunkt stabil ist (ein EW  $> 0$  -> instabil)  
Fokus (EW imaginär)

---

## 2.1.5. Anschaltverzögerung - Turn-on Delay



• Laser wird zum Zeitpunkt  $t_0$  angeschaltet

•  $P$  springt von  $P_-$  (unter der Schwelle) auf  $P_+$  (oberhalb der Schwelle)

Frage: Wie groß ist  $t_{del}$ , also wie lange braucht der Laser bis die Inversion  $D_0$  erreicht ist?

- mit lin. Stabilitätsanalyse nicht zu beantworten da  $D$  weit weg vom Fixpunkt zum Zeitpunkt  $t_0$

Ansatz: Intensität  $I$  sehr klein

$$(III) \quad \dot{I} = I(D - 1)$$

$$(IV) \quad \dot{D} = \gamma(P_+ - D) - D I$$

(siehe 2.1.4)  
 (dimensionlose Bilanzgl.)  
 $I = 2\omega T_1 S$   
 $D = \frac{N_0}{N}$

↑ nichtlinearen Term kann bei  $I \approx 0$  vernachlässigt werden

$$AB: I(0) = I_0 \ll 1$$

$$D(0) = P_-$$

$$\gamma = (2kT_1)^{-1} \\ \tau = 2\tau_{rel}$$

Lösung von (IV):  $D = (P_- - P_+) e^{-\gamma t} + P_+$

einsetzen in (III):  $\dot{I} = I[(P_- - P_+) e^{-\gamma t} + P_+ - 1]$

- Problem ist separierbar

$$I = I_0 e^{\frac{1}{\gamma} F(\gamma t)}$$

$$= I_0 e^{(P_+ - 1)t - \frac{1}{\gamma} (P_- - P_+) [e^{-\gamma t} - 1]}$$

- Vorzeichenwechsel zum Wechsel der Größenordnung

von  $\bar{I}$

$$F < 0 \rightarrow \bar{I} \text{ von } O(e^{-\frac{1}{\gamma}})$$

$$\bar{F} > 0 \rightarrow \bar{I} \text{ von } O(e^{\frac{1}{\gamma}})$$

=> Nulldurchgang von  $F(\gamma t)$  definiert die Delay-Zeit  $\tau_{del} = 2k t_{del}$

ohne Dimension
mit Dim

- mögliche Näherung für  $\gamma t_{del}$  groß, also  $t_{del} \gg T_1$   
 (Größenordnung:  $t_{del}: ns$   $T_1: ps$ )

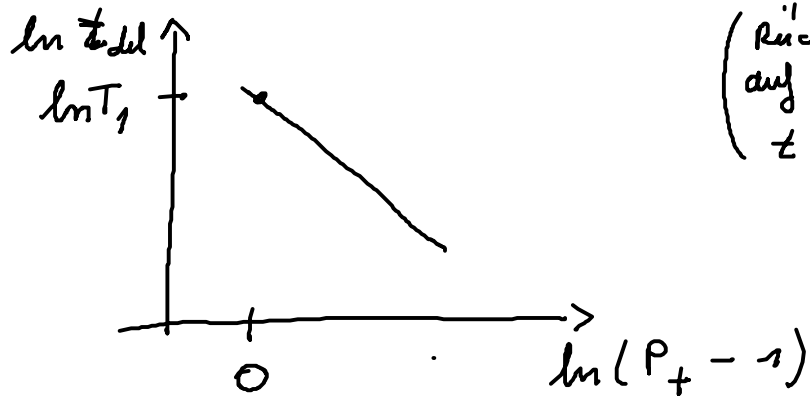
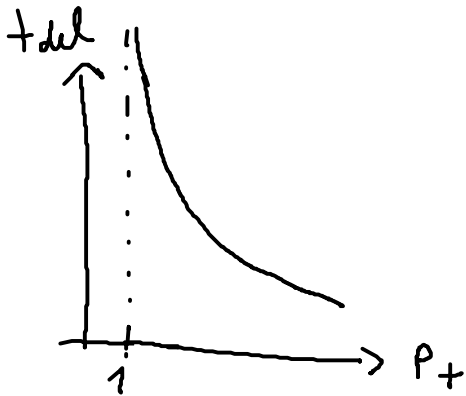
$$\frac{1}{\gamma} F(\gamma t) \approx (P_+ - 1) \tau_{del} + \frac{1}{\gamma} (P_- - P_+) = 0$$

$$\tau_{del} \approx \frac{P_+ - P_-}{\gamma (P_+ - 1)}$$

- falls  $P_+ - 1 \ll 1$  (nahe der Schwelle)  $P_- = 0$

$$\tau_{del} \approx \frac{1}{\gamma} \frac{1}{P_+ - 1}$$

$$T_1 \frac{1}{P_+ - 1} = t_{del}$$



(Rücktransf. auf Dimensionen  $t = 2k t_{del}$ )

-> Bestimmung von  $T_1$  möglich

- je höher der Pumpstrom desto kleiner  $t_{del}$
- Zeitkoda gegeben durch Lebensdauer der Inversion

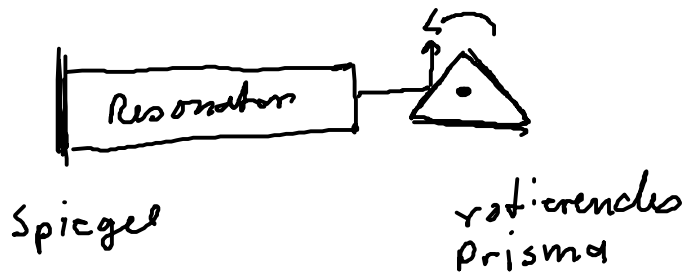
## 2.2. Güte + Gewinn geschaltete Laser

### 2.2.1. Güte geschalteter Laser Q (Quality) switched

#### Aktives Q-switching

- zeitveränderliches Photonlebensdauer  $\kappa(t)$  (Photonen - Verlustrate)

Bsp.



- verändertes Reflexionsvermögen durch z.B. rotierendes Prisma oder elektro-optischen Modulator

(Dimensionsbehaftete Gleichungen)

(1) Prisma reflektiert nicht in Resonator zurück

→  $(2R_1)^{-1}$  sehr klein

→ Laserschwelle  $D_0 = \frac{2R}{W}$  sehr hoch

→ Laserbedingung auch bei hohem Pumpen nicht erfüllt

→ veränderter Fixpunkt mit hoher ungesättigter Inversion

(Fixpunkt  $s^*$ )

- (2) Prisma reflektiert
- $\rightarrow (2k_2)^{-1}$  groß
- $\rightarrow$  Schwelle klein

$\rightarrow$  System startet Lidarmission

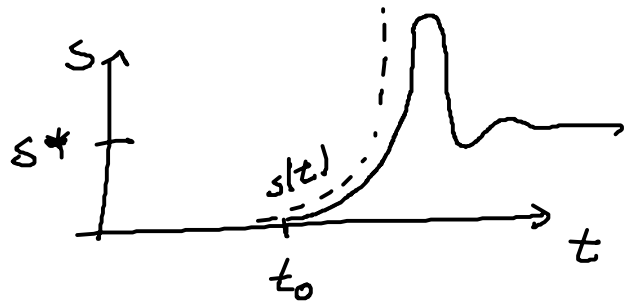
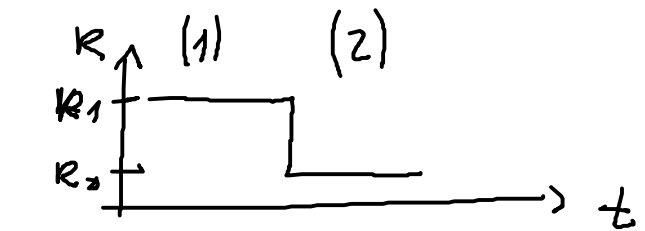
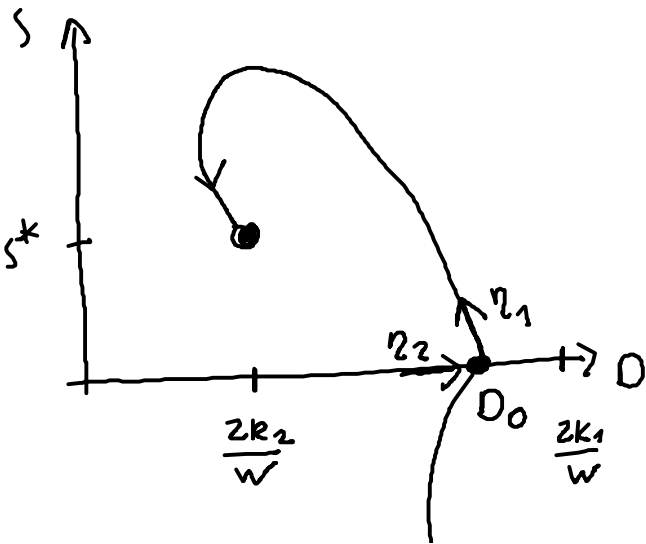
$\rightarrow$  Kastadenartiges Anwachsen von  $S$

$$\dot{S} = (\underbrace{\omega D_0}_{\text{Gain}} - 2k) S$$

$$S(t) = S(0) e^{(\omega D_0 - 2k)t}$$

(plötzliches Überlaufen  
durch Absinken des  
Bedienrandes)

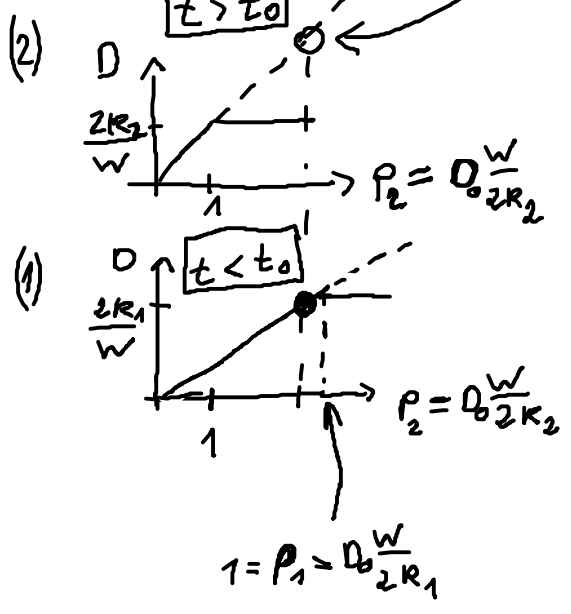
$\rightarrow$  Es wird ein Rieserpuls emittiert  
mit Intensität höher als im  
stationären Fall



• Puls - Wiederkehr

gegeben durch Rotationsfrequenz des Prismas

$t = t_0$ : Fixpunkt wird Sattelpunkt (vorher stabil)



Trajektorie entfernt sich entlang der instabilen Richtung, die gegeben ist durch Eigenvektor

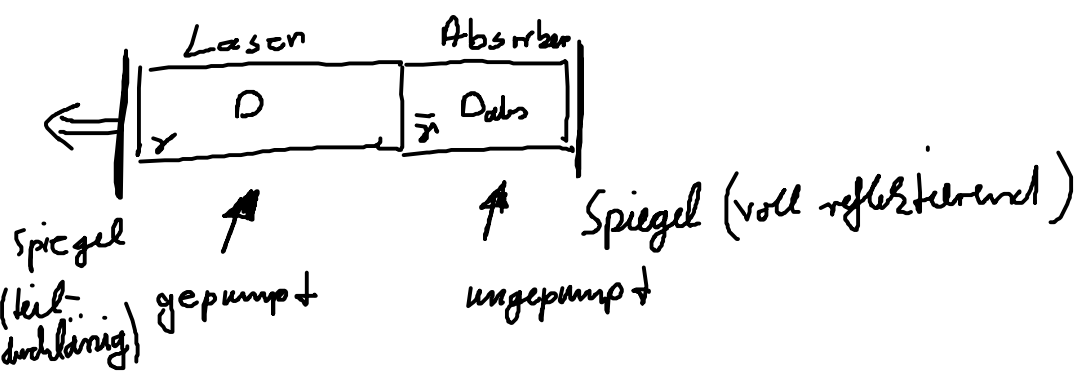
EW:  $\lambda_1 = (P_2 - 1) 2R_2$   
 $\lambda_2 = -\gamma 2R_2 = -W$

Eigenvektoren (nicht-lassender Fixpunkt) siehe z.1.1.  
 $z_1 = \begin{pmatrix} -\gamma + P - 1 \\ \gamma P \end{pmatrix}$

$z_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Passives Q-switching

Laser + sättigbaren Absorber (gleiches aktives Material aber ungepumpt)

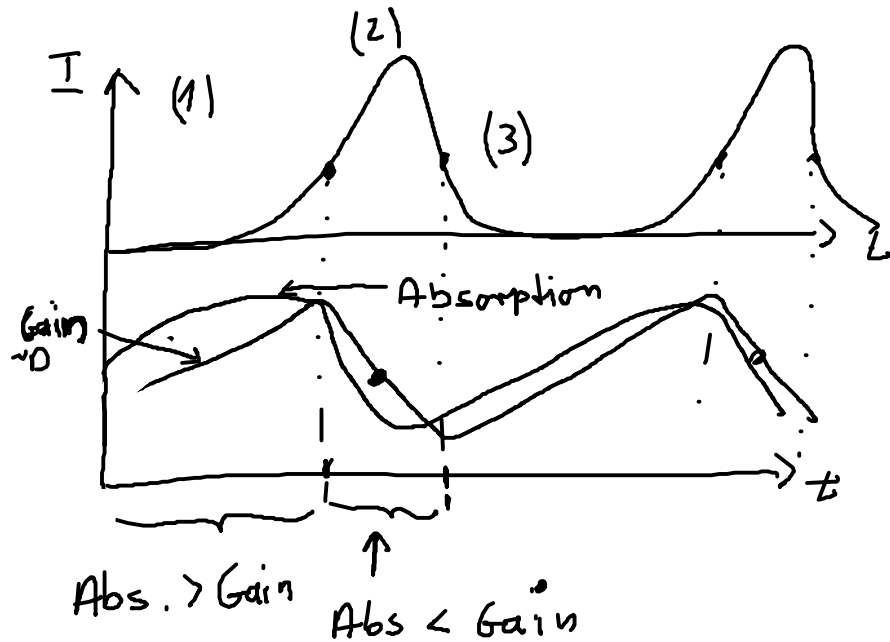


- (1) Licht wird im Absorber absorbiert  $z_{ph} = (2R_1)^{-1}$  ist klein
- im Absorber wird Inversion erzeugt

(2) • Invasion im Absorber ist so hoch, dass Licht regeneriert wird  
 $(ZR_2)^{-1}$  ist groß

• Invasion wird wieder abgebaut

(3) erneut Absorption



mögliche einfache dynamische Gleichungen (dimensionlos)

$$\dot{I} = (-1 + D + D_{\text{abs}})I$$

$$\dot{D} = \gamma [P - D(1 + I)]$$

$$\dot{D}_{\text{abs}} = \bar{\gamma} [-\bar{P} - D_{\text{abs}}(1 + \alpha I)]$$

↑  
Sättigung des Absorbers

( Yamada Raten-Gleichungen )  
 [Herleitung siehe: 15EE J. Quantum Electron. 35 (1999) Seite 1247]

- Nichtlineares System, das Bistabilität und reichhaltige Dynamik zeigt