Prof. Dr. Andreas Knorr,
Alexander Carmele, Stefan Fruhner, Ken Lichtner, Helge Neitsch, Andrea Vüllings,
Sarah Loos, Anke Zimmermann

3. Übungsblatt – Mathematische Methoden in der Physik

Abgabe: Mo. 14.05.2012 bis 10:00 Uhr, Briefkasten ER-Gebäude
Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe soll in Zweiergruppen erfolgen. Bitte geben Sie Ihre Namen, Matrikelnummern und das Tutorium (Tutor und Termin) an.

Aufgabe 8 (6 Punkte): *Komplexe Exponentialfunktion und Additionstheoreme*

1. Berechnen Sie die Taylorreihe (s. Aufg. 6) von $f(x) = e^x$ um die Stelle $x_0 = 0$ und zeigen Sie, dass folgende Beziehung gilt:
$$e^{i\varphi} = \cos\varphi + i \sin\varphi.$$

2. Leiten Sie mit Hilfe der komplexen Exponentialfunktion die Additionstheoreme her:
$$\begin{aligned}\cos(x_1 \pm x_2) &= \cos(x_1)\cos(x_2) \mp \sin(x_1)\sin(x_2)\\ \sin(x_1 \pm x_2) &= \sin(x_1)\cos(x_2) \pm \cos(x_1)\sin(x_2).\end{aligned}$$

Anmerkung: Es ist $i = \sqrt{-1}$ die imaginäre Einheit. Exakt lassen sich $\sin(x)$ und $\cos(x)$ darstellen durch
$$\sin(x) = \sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!} \quad \text{und} \quad \cos(x) = \sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k \frac{x^{2k}}{(2k)!}.$$

Aufgabe 9 (4 Punkte): *Darstellung der Delta-Distribution*
In der Vorlesung wurde gezeigt, dass die Delta-Distribution auch als Grenzwert einer Funktionenfolge $\delta_\varepsilon(x)$ dargestellt werden kann, so dass $\lim\limits_{\epsilon\to 0} \delta_\epsilon(x) \to \delta(x)$ gilt.

1. Zeigen Sie, dass für die in der Vorlesung genannte Funktionenfolge gilt:
$$\delta_\epsilon(x) = \frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} dk e^{ixk} e^{-|k|\epsilon} = \frac{1}{\pi}\frac{\epsilon}{x^2+\epsilon^2}.$$

2. Plotten Sie mit einem Programm Ihrer Wahl $\delta_\epsilon(x)$ für $\epsilon = \{0.1, 0.5, 1\}$.

Aufgabe 10 (10 Punkte): *Fourieranalyse*
Eine Funktion f kann nicht nur durch eine Taylor-Reihen approximiert werden (also mit Polynomen von x, welche eine Basis im Funktionenraum darstellen), sondern auch mittels trigonometrischer Funktionen (welche ebenfalls eine Orthonormalbasis bilden). Die letztere Entwicklung nennt man Fourier-Reihe. Dazu vorab einige Definitionen:

Eine Funktion f heisst *periodisch* mit der Periode $T \neq 0$, wenn gilt:
$$f(t+T) = f(t) \qquad \text{für alle} \quad t \in \mathbb{R}.$$

Eine T-periodische Funktion f ist dann eindeutig bestimmt durch ihr Verhalten auf einem beliebigen Intervall der Länge T. Es werden definiert:

3. Übung TPI WS11

Fourierkoeffizienten

$$c_n = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)e^{-in\frac{2\pi}{T}t}dt$$

Fourierreihe von f

$$F(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{in\frac{2\pi}{T}t}$$

Betrachten Sie die Funktionen

$$f(t) = \begin{cases} t & \text{für } 0 \le t \le 1, \\ 1 & \text{für } 1 \le t < 2 \end{cases} \qquad \text{dabei sei } f(t+2) = f(t)$$

und

$$g(t) = t \quad \text{für } 0 \le t < 1 \qquad \text{dabei sei } g(t+1) = g(t).$$

1. Berechnen Sie die vollständige Fourier-Reihe von f und g.
2. Plotten Sie mit einem Programm Ihrer Wahl sowohl f und g, also auch die N-te Partialsumme der Fourier-Reihe für $N = \{1, 2, 3, 20\}$.

Vorlesung: Do um 8:15 Uhr – 9:45 Uhr in EW 201.

Scheinkriterien: Mindestens 50% der schriftlichen Übungspunkte.
Aktive Teilnahme am Tutorium mit Anwesenheitskontrolle (max. darf zweimal im zugewiesenen Tutorium unentschuldigt gefehlt werden).
Bestandene Klausur.

Literatur zur Lehrveranstaltung:
Siehe auch Semesterapparat in der Physikbibliothek.

- Siegfried Großmann: Mathematischer Einführungskurs für die Physik
- Hermann Schulz: Physik mit Bleistift : das analytische Handwerkszeug der Naturwissenschaftler
- May-Britt Kallenrode: Rechenmethoden der Physik - Mathematischer Begleiter zur Experimentalphysik

Sprechzeiten:

Name	Tag	Zeit	Raum	Tel.
Prof. Andreas Knorr	Di	13:00–13:40 Uhr	EW 742	24255
Alexander Carmele	Mo	13:00–14:00 Uhr	EW 703	23764
Stefan Fruhner	Fr	13:30–14:30 Uhr	EW 627/28	27681
Ken Lichtner	Di	10:00–11:00 Uhr	EW 266	28849
Helge Neitsch	Mi	11:00–12:00 Uhr	EW 269	28852
Andrea Vüllings	Do	16:30–17:30 Uhr	EW 632	22088
Anke Zimmermann	Do	12:00–13:00 Uhr	EW 060	26143
Sarah Loos	Di	14:00–15:00 Uhr	EW 060	26143

Aktuelle Informationen werden auf der Webseite bekannt gegeben:
`http://www.tu-berlin.de/?id=116153`.