

Prof. Dr. Andreas Knorr,
 Alexander Carmele, Stefan Fruhner, Ken Lichtner, Helge Neitsch, Andrea Vüllings,
 Sarah Loos, Anke Zimmermann

8. Übungsblatt – Mathematische Methoden in der Physik

Abgabe: Mo. 25.06.2012 bis 10:00 Uhr, Briefkasten ER-Gebäude

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe soll in Zweiergruppen erfolgen. Bitte geben Sie Ihre Namen, Matrikelnummern und das Tutorium (Tutor und Termin) an.

Aufgabe 22 (4 Punkte): Jacobi-Matrix und Funktionaldeterminante

Es sei eine Koordinatentransformation zwischen kartesischen Koordinaten $(x_1, x_2, x_3) = (x, y, z)$ und anderen Koordinaten (x'_1, x'_2, x'_3) gegeben:

$$\begin{aligned}x_1 &= x_1(x'_1, x'_2, x'_3) \\x_2 &= x_2(x'_1, x'_2, x'_3) \\x_3 &= x_3(x'_1, x'_2, x'_3).\end{aligned}$$

Die Einträge der sogenannten Jacobi-Matrix F sind definiert als

$$F_{ij} = \frac{\partial x_i}{\partial x'_j} \quad i, j = 1, 2, 3$$

und die Funktionaldeterminante ist gegeben durch $\det F$. Berechnen Sie die Jacobi-Matrix und die Funktionaldeterminante für

- (a) Zylinderkoordinaten $(x'_1, x'_2, x'_3) = (\rho, \varphi, z)$
- (b) Kugelkoordinaten $(x'_1, x'_2, x'_3) = (r, \vartheta, \varphi)$

Aufgabe 23 (5 Punkte): Feld einer homogen geladenen Kugel

Ein Beispiel für eine kontinuierliche Ladungsverteilung bildet die homogen geladene Kugel mit dem Radius R . Aufgrund der Radialsymmetrie hat das elektrische Feld die Form $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = E(r)\mathbf{e}_r$. Die Ladungsdichte der Kugel lautet $\rho(\mathbf{r}) = \begin{cases} \rho_0 & , r \leq R \\ 0 & , r > R \end{cases}$. Das Gauß'sche Gesetz $\nabla \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{\rho(\mathbf{r})}{\epsilon_0}$ läßt sich in integraler Form darstellen als :

$$\int_{\partial V} \mathbf{E}(\mathbf{r}) d\mathbf{f} = \int_V \frac{\rho(\mathbf{r})}{\epsilon_0} d^3r.$$

- (a) Berechnen das elektrische Feld $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ für diese homogen geladene Vollkugel. *Hinweis:* Lösen Sie die beiden Integrale unter Berücksichtigung der gegebenen Symmetrie.
- (b) Stellen Sie das Ergebnis für das elektrische Feld \mathbf{E} grafisch dar.

Aufgabe 24 (6 Punkte): Gültigkeit des Integralsatzes von Gauß

Gegeben ist das Vektorfeld $\mathbf{A} = (ax, -2y^2, z^2)^T$ mit reellem Parameter a . Berechnen Sie für einen Kreiszyylinder der Höhe H , Radius R (genauer: $x^2 + y^2 = R^2, z \in [0, H]$) explizit die folgenden zwei Integrale, indem Sie Polarkoordinaten für x, y einführen:

- (a) Volumenintegral $\int_V \nabla \cdot \mathbf{A} d^3r$.
- (b) Oberflächenintegral $\int_{\partial V} \mathbf{A} \cdot d\mathbf{f}$.

Verwenden Sie nicht den Satz von Gauß!

8. Übung TPI WS11

Aufgabe 25 (5 Punkte): Vektorpotentiale

Ein Vektorfeld $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ heisst Vektorpotential für $\mathbf{V}(\mathbf{r})$, wenn $\mathbf{V}(\mathbf{r}) = \nabla \times \mathbf{A}(\mathbf{r})$. Für die Existenz eines Vektorpotentials von $\mathbf{V}(\mathbf{r})$ notwendig, dass $\nabla \cdot \mathbf{V}(\mathbf{r}) = 0$. Zeigen Sie, dass gilt:

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \int_0^1 \lambda \mathbf{V}(\lambda \mathbf{r}) \times \mathbf{r} d\lambda.$$

Hinweis: Bilden Sie die Rotation von $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ und verwenden sie das Levi-Civita-Symbol ε_{ijk} .

Vorlesung: Do um 8:15 Uhr – 9:45 Uhr in EW 201.

Aktuelles:

- Die Klausur findet am Donnerstag, den 05. Juli 2012, von 8:00 - 10:00 Uhr im Raum EW 201 statt.
- Der Termin der Nachklausur ist Donnerstag, der 12.07.2012, von 8:00 - 10:00 Uhr im Raum EW 201.
- Die Sprechstunden am 7.6. von Andrea wird auf den 11.6. (16:30-17:30, EW 632) verschoben.

Scheinkriterien:

- Mindestens 50% der schriftlichen Übungspunkte.
- Aktive Teilnahme am Tutorium
- Bestandene Klausur

Literatur zur Lehrveranstaltung: Siehe auch Semesterapparat in der Physikbibliothek.

- Siegfried Großmann: Mathematischer Einführungskurs für die Physik
- Hermann Schulz: Physik mit Bleistift : das analytische Handwerkszeug der Naturwissenschaftler
- May-Britt Kallenrode: Rechenmethoden der Physik - Mathematischer Begleiter zur Experimentalphysik

Sprechzeiten:

Name	Tag	Zeit	Raum	Tel.
Prof. Andreas Knorr	Di	13:00–13:40 Uhr	EW 742	24255
Alexander Carmele	Mo	13:00–14:00 Uhr	EW 703	23764
Stefan Fruhner	Fr	13:30–14:30 Uhr	EW 627/28	27681
Ken Lichtner	Di	10:00–11:00 Uhr	EW 266	28849
Helge Neitsch	Mi	11:00–12:00 Uhr	EW 269	28852
Andrea Vüllings	Do	16:30–17:30 Uhr	EW 632	22088
Anke Zimmermann	Do	12:00–13:00 Uhr	EW 060	26143
Sarah Loos	Fr	10:00–11:00 Uhr	EW 060	26143

Aktuelle Informationen werden auf der Webseite bekannt gegeben:

<http://www.tu-berlin.de/?id=116153>.