



**Institut für Theoretische Physik**

# **Brownsche Motoren**

**Vortrag: Marko Tomic, David van Treeck**

**Theoretische Physik VI (Vertiefung):  
„Statistische Physik II“  
am 13.07.12**

# Index

- Was ist ein Brownscher Motor?
- Die On-Off-Ratsche
- Die Temperatur-Ratsche
- Weitere Ratschentypen
- Zusammenfassung

# Index

- Was ist ein Brownscher Motor?
- Die On-Off-Ratsche
- Die Temperatur-Ratsche
- Weitere Ratschentypen
- Zusammenfassung

# Was sind Brownsche Motoren?

## Brownsche Molekularbewegung

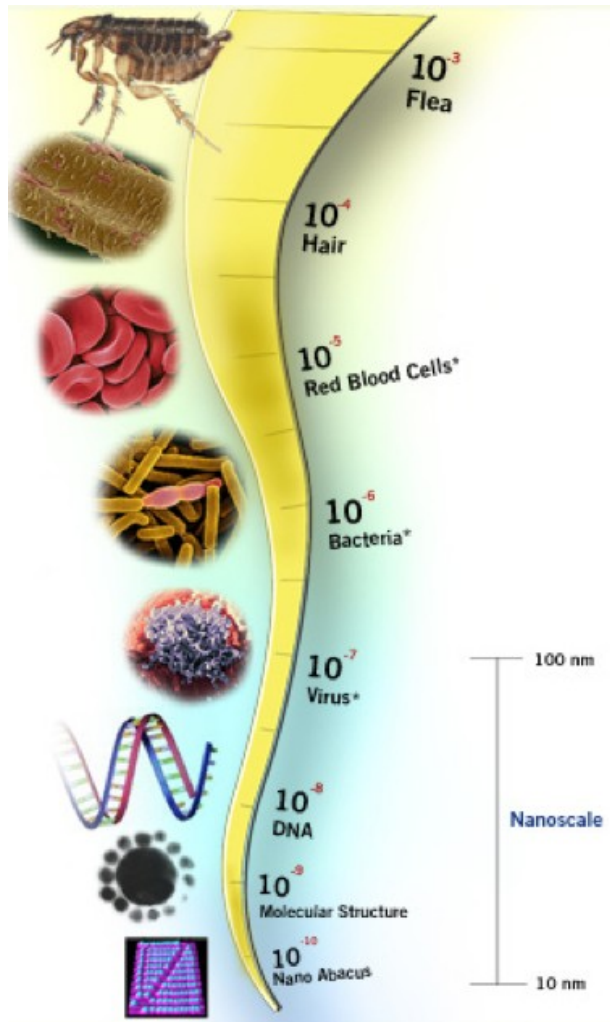
Wärmebewegung von mikroskopischen Teilchen in Flüssigkeiten und Gasen.

## Motor

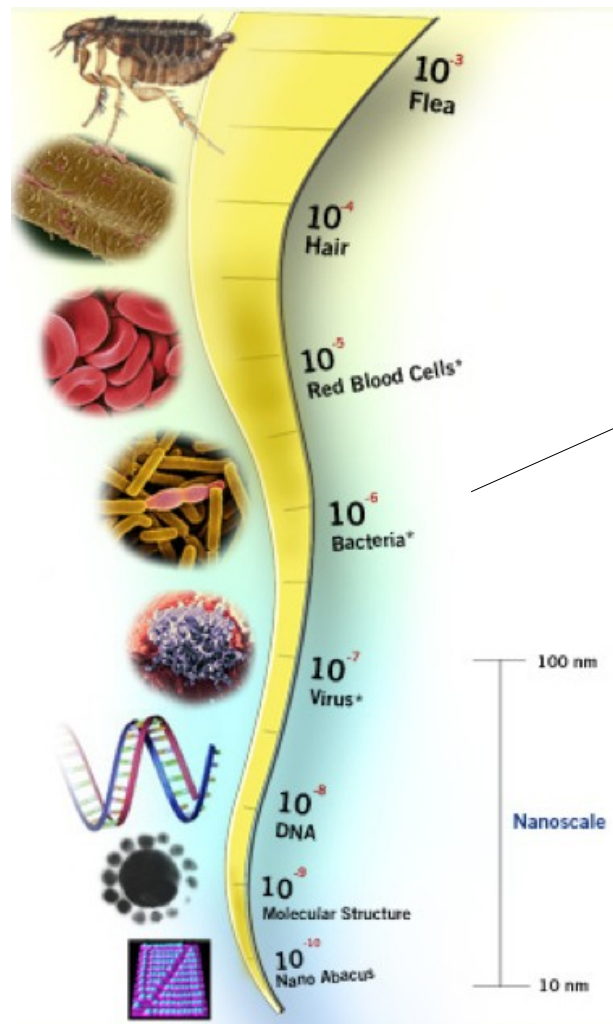
Eine Maschine die mechanische Arbeit verrichtet, indem sie eine Energieform, zum Beispiel thermische Energie, in Bewegungsenergie umwandelt.

- **System das gerichtete Bewegung mikroskop. Objekte erlaubt, in einem Regime, in dem thermische Fluktuationen große Rolle spielen**

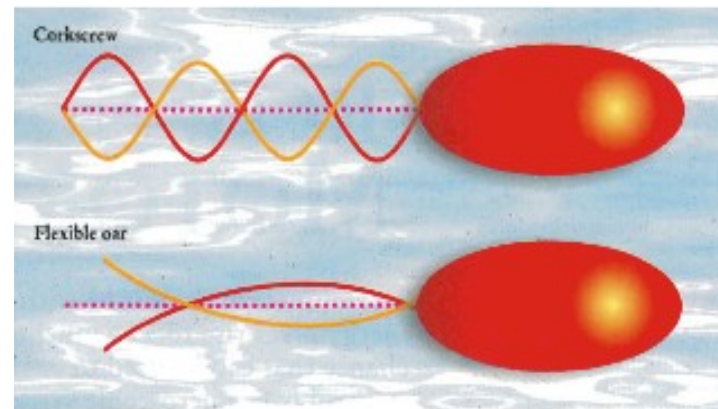
# Beispiel aus der Biologie



# Beispiel aus der Biologie

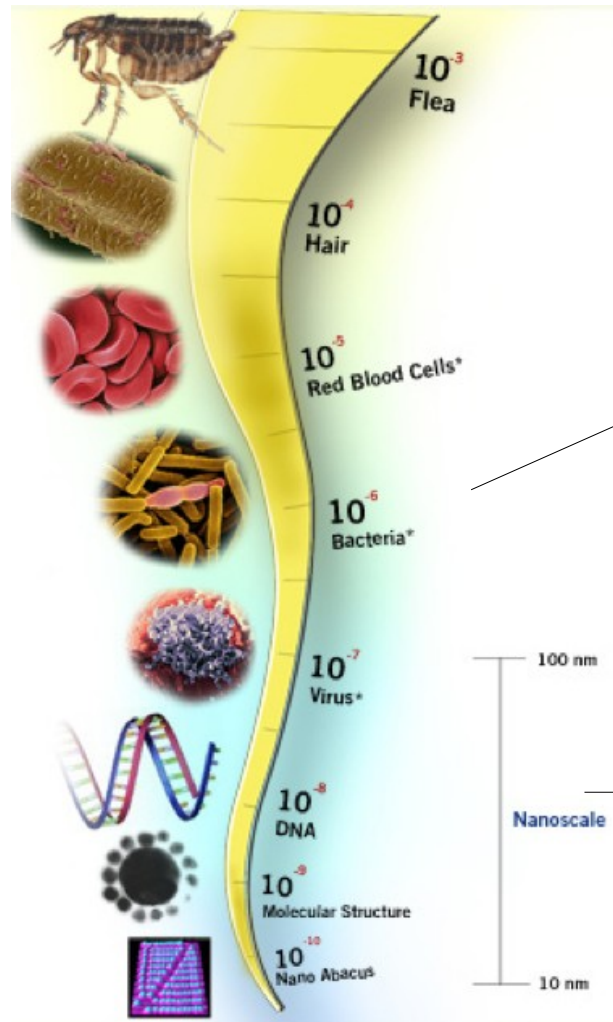


## Bakterium mit Eigenantrieb Antriebsenergie > therm. Energie



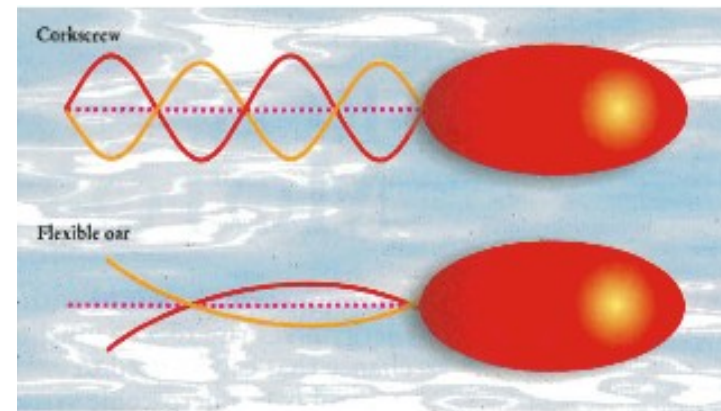
D. Astumian and P. Hänggi, Brownian Motors  
Physics Today 55, no. 11: 33-39 (2002)

# Beispiel aus der Biologie



## Bakterium mit Eigenantrieb

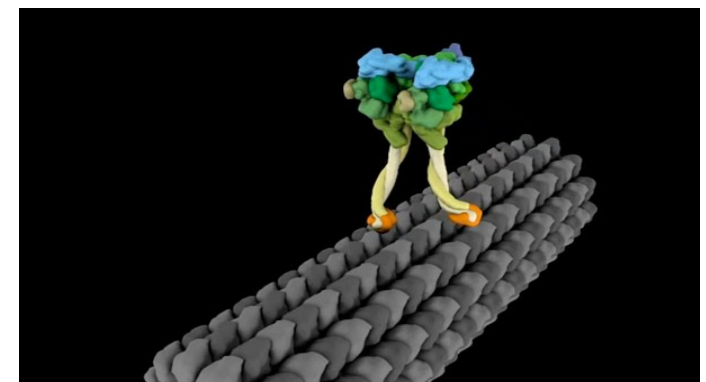
Antriebsenergie > therm. Energie



D. Astumian and P. Hänggi, Brownian Motors  
Physics Today 55, no. 11: 33-39 (2002)

## Molekularer Motor

Antriebsenergie << Therm. Energie



Animation by Janet Iwasa/Harvard Medical School

# Definition: Brownscher Motor



TECHNISCHE UNIVERSITÄT BERLIN

*„ Als Brownsche Motoren bezeichnet man räumlich periodische Nichtgleichgewichtssysteme, welche bedingt durch thermische Fluktuationen unter Ausnutzen räumlicher oder zeitlicher Asymmetrie des Systems, eine gerichtete Teilchenbewegung hervorrufen.“*



# Definition: Brownscher Motor

*„ Als Brownsche Motoren bezeichnet man räumlich periodische Nichtgleichgewichtssysteme, welche bedingt durch thermische Fluktuationen unter Ausnutzen räumlicher oder zeitlicher Asymmetrie des Systems, eine gerichtete Teilchenbewegung hervorrufen.“*

## Eigenschaften:

# Definition: Brownscher Motor

„ Als Brownsche Motoren bezeichnet man **räumlich periodische** Nichtgleichgewichtssysteme, welche bedingt durch thermische Fluktuationen unter Ausnutzen räumlicher oder zeitlicher Asymmetrie des Systems, eine gerichtete Teilchenbewegung hervorrufen.“

## Eigenschaften:

- **räumliche Periodizität des Systems**

# Definition: Brownscher Motor

„Als Brownsche Motoren bezeichnet man räumlich periodische **Nichtgleichgewichtssysteme**, welche bedingt durch thermische Fluktuationen unter Ausnutzen räumlicher oder zeitlicher Asymmetrie des Systems, eine gerichtete Teilchenbewegung hervorrufen.“

## Eigenschaften:

- räumliche Periodizität des Systems
- **kein thermisches Gleichgewicht (no detailed balance symmetry)**

# Definition: Brownscher Motor



TECHNISCHE UNIVERSITÄT BERLIN

„Als Brownsche Motoren bezeichnet man räumlich periodische Nichtgleichgewichtssysteme, welche bedingt durch **thermische Fluktuationen** unter Ausnutzen räumlicher oder zeitlicher Asymmetrie des Systems, eine gerichtete Teilchenbewegung hervorrufen.“

## Eigenschaften:

- räumliche Periodizität des Systems
- kein thermisches Gleichgewicht (no detailed balance symmetry)
- **Zufallskräfte spielen dominante Rolle (hier thermische Fluktuationen)**

# Definition: Brownscher Motor

„Als Brownsche Motoren bezeichnet man räumlich periodische Nichtgleichgewichtssysteme, welche bedingt durch thermische Fluktuationen unter Ausnutzen **räumlicher oder zeitlicher Asymmetrie** des Systems, eine gerichtete Teilchenbewegung hervorrufen.“

## Eigenschaften:

- räumliche Periodizität des Systems
- kein thermisches Gleichgewicht (no detailed balance symmetry)
- Zufallskräfte spielen dominante Rolle (hier thermische Fluktuationen)
- **Symmetriebruch des Systems (räumlich o. anderweitig temporal)**

# Definition: Brownscher Motor

„Als Brownsche Motoren bezeichnet man räumlich periodische Nichtgleichgewichtssysteme, welche bedingt durch thermische Fluktuationen unter Ausnutzen räumlicher oder zeitlicher Asymmetrie des Systems, eine **gerichtete Teilchenbewegung** hervorrufen.“

## Eigenschaften:

- räumliche Periodizität des Systems
- kein thermisches Gleichgewicht (no detailed balance symmetry)
- Zufallskräfte spielen dominante Rolle (hier thermische Fluktuationen)
- Symmetriebruch des Systems (räumlich o. anderweitig temporal)

**→ Es resultiert eine gerichteter Teilchentransport**

# Index

- Was ist ein Brownscher Motor?
- Die On-Off-Ratsche
- Die Temperatur-Ratsche
- Weitere Ratschentypen
- Zusammenfassung

# Die On-Off-Ratsche



TECHNISCHE UNIVERSITÄT BERLIN

**überdämpfte  
Langevin-Gleichung**

$$\eta \dot{x} = -V'(x(t)) + \xi(t) + F$$

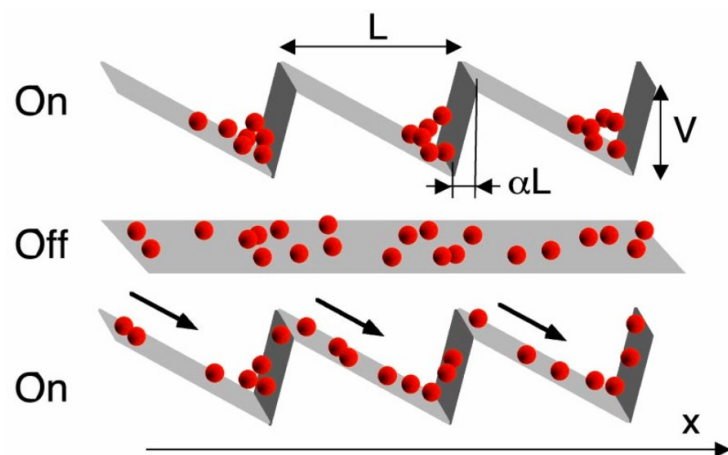


# Die On-Off-Ratsche

überdämpfte  
Langevin-Gleichung

$$\eta \dot{x} = -V'(x(t)) + \xi(t) + F$$

periodisches  
„Ratschen-Potential“  
 $V(x+L) = V(x)$   
gepulst mit Zeit  $\tau$



„Performance characteristics of Brownian motors“,  
CHAOS **15**, 026111 (2005)

# Die On-Off-Ratsche

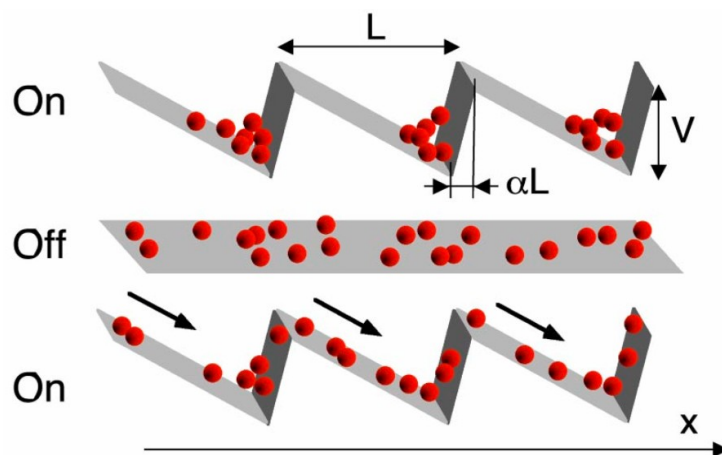
überdämpfte  
Langevin-Gleichung

$$\eta \dot{x} = -V'(x(t)) + \xi(t) + F$$

periodisches  
„Ratschen-Potential“

$$V(x+L) = V(x)$$

gepulst mit Zeit  $\tau$



thermische Fluktuationen  
in Form von  
Gaußschem weißen Rauschen

$$\langle \xi(t) \rangle = 0$$

$$\langle \xi(t) \xi(s) \rangle = 2\eta k_B T \delta(t-s)$$

# Die On-Off-Ratsche

überdämpfte  
Langevin-Gleichung

$$\eta \dot{x} = -V'(x(t)) + \xi(t) + F$$

konstante  
externe Kraft

$$F = \text{const.}$$

$$V_{\text{eff}} = V(x) - xF$$

periodisches  
„Ratschen-Potential“

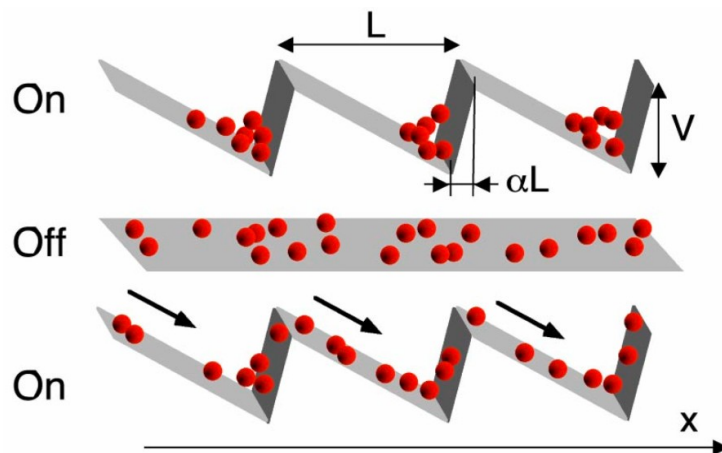
$$V(x+L) = V(x)$$

gepulst mit Zeit  $\tau$

thermische Fluktuationen  
in Form von  
Gaußschem weißen Rauschen

$$\langle \xi(t) \rangle = 0$$

$$\langle \xi(t) \xi(s) \rangle = 2\eta k_b T \delta(t-s)$$



„Performance characteristics of Brownian motors“,  
CHAOS **15**, 026111 (2005)

# Die On-Off-Ratsche

überdämpfte  
Langevin-Gleichung

$$\eta \dot{x} = -V'(x(t)) + \xi(t) + F$$

konstante  
externe Kraft

$$F = \text{const.}$$

$$V_{\text{eff}} = V(x) - xF$$

Reibungsterm  
beschreibt  
Teilchenstrom

$$\langle \dot{x}(t) \rangle = 0$$

für therm. GG

periodisches  
„Ratschen-Potential“

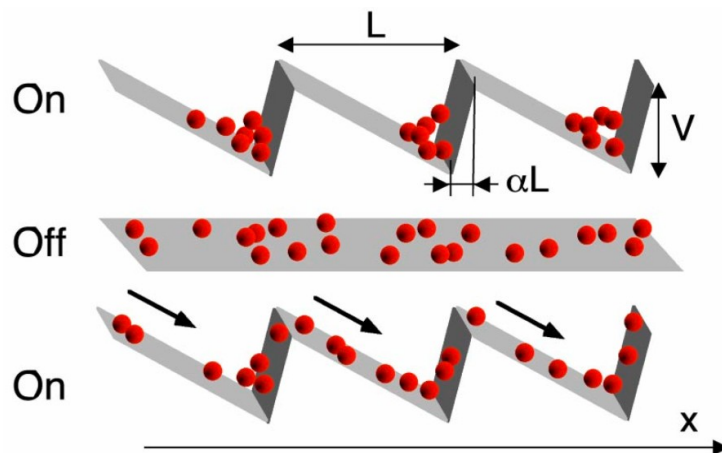
$$V(x+L) = V(x)$$

gepulst mit Zeit  $\tau$

thermische Fluktuationen  
in Form von  
Gaußschem weißen Rauschen

$$\langle \xi(t) \rangle = 0$$

$$\langle \xi(t) \xi(s) \rangle = 2\eta k_b T \delta(t-s)$$



„Performance characteristics of Brownian motors“,  
CHAOS **15**, 026111 (2005)

# Mittlerer Teilchenstrom $\langle \dot{x}(t) \rangle$

Im Langzeit-Limit (LL) beschrieben als:

$$\langle \dot{x}(t) \rangle = \left\langle \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{x(t) - x(0)}{t} \right\rangle \quad (1)$$

Formal unter Ausnutzen der Periodizität:

$$\langle \dot{x}(t) \rangle = - \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \int_0^t dt' \int_0^L \frac{V'}{\eta} P(x, t') \quad (2)$$

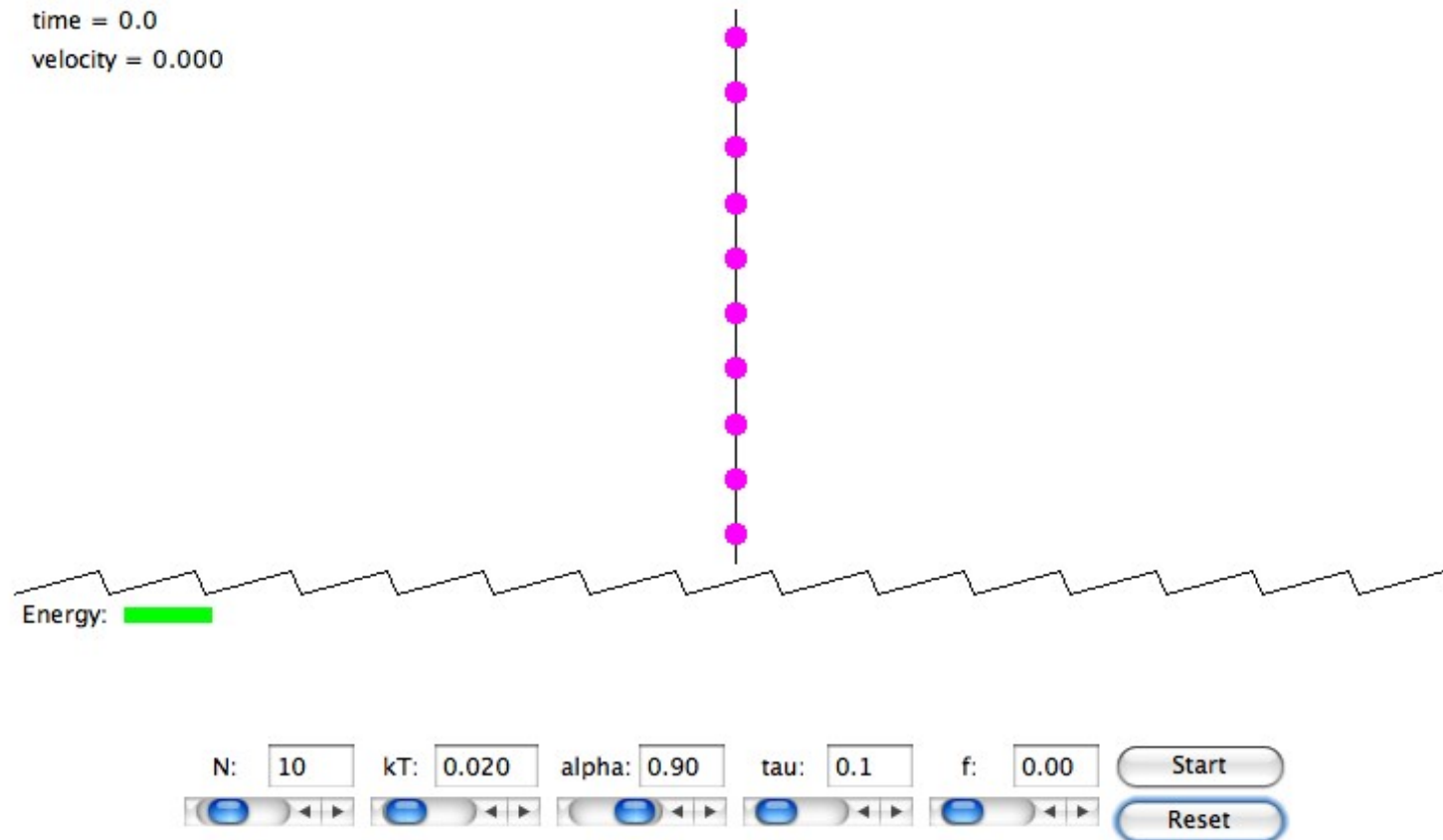
Stationäre Lösung der FPE im LL:

$$P^{st}(x) = \frac{\exp[-V(x)/k_B T]}{\int_0^L dy \exp[-V(y)/k_B T]} \quad (3)$$

Eingesetzt in (2) liefert dies für thermisches Gleichgewicht:

$$\langle \dot{x}(t) \rangle = 0 \quad (4)$$

# On-Off-Ratsche: Java-Applet

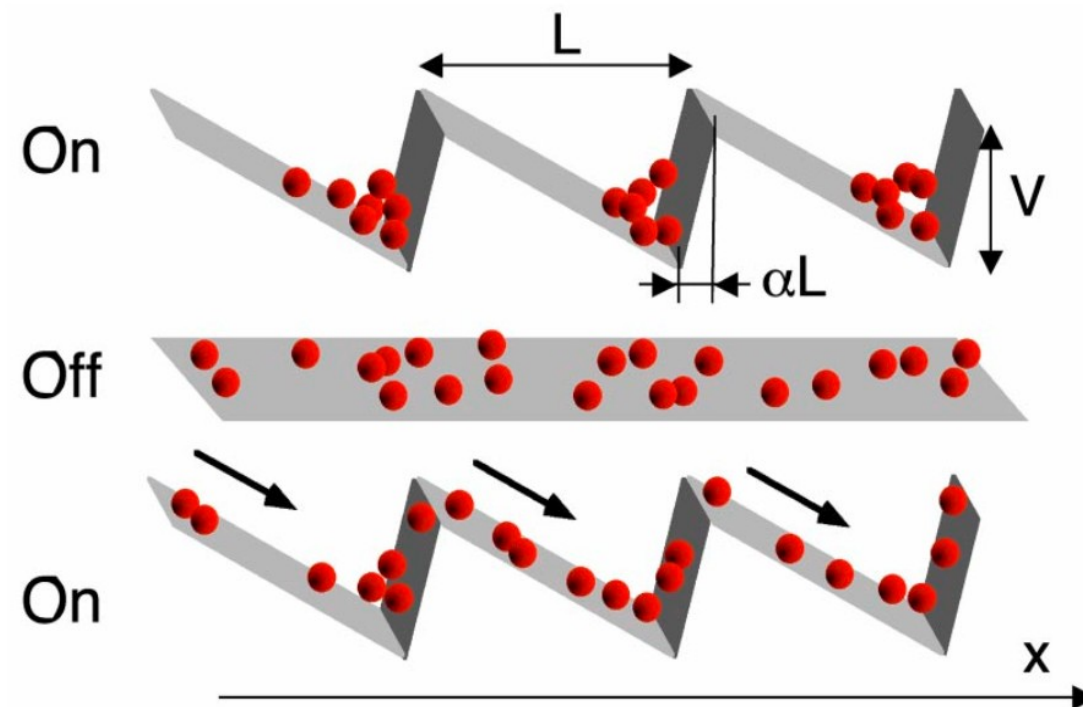


<http://elmer.unibas.ch/bm/index.html>

# Verstoß gegen 2. HS der TD?

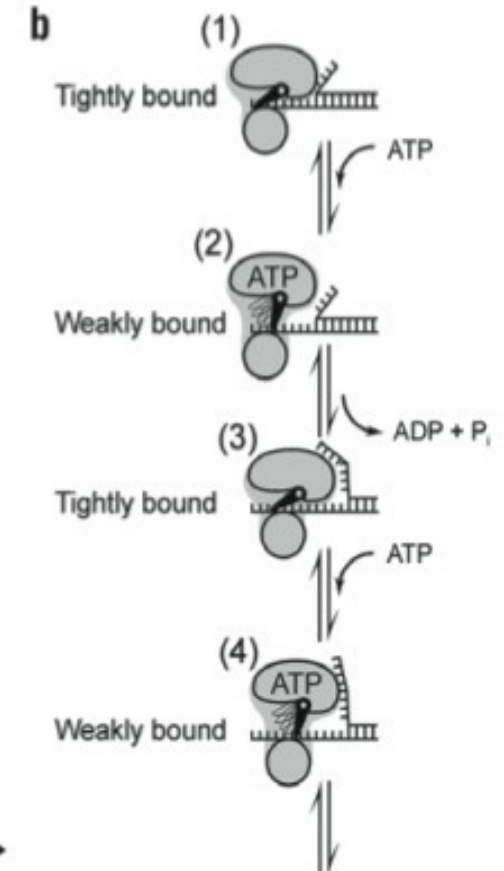
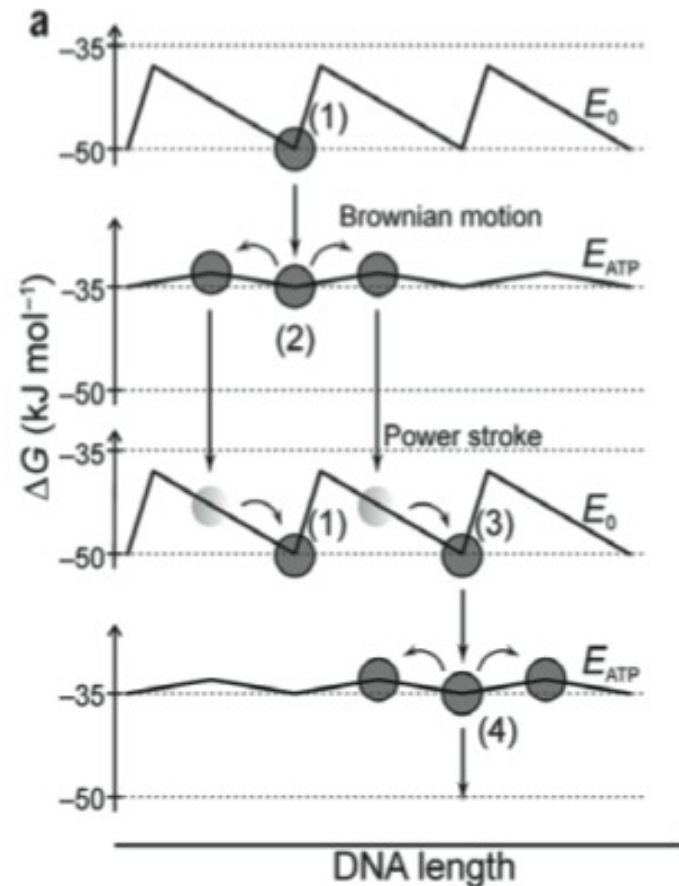
**NEIN !!**

**DENN:** Bei Einschalten des Potentials muss Arbeit geleistet werden  
→ potenzielle Energie der Teilchen wird plötzlich erhöht



# Beispiel: Hepatitis C Virus Helicase

Ratsche durch period. Änderung der Bindungsenergie  $\Delta G$



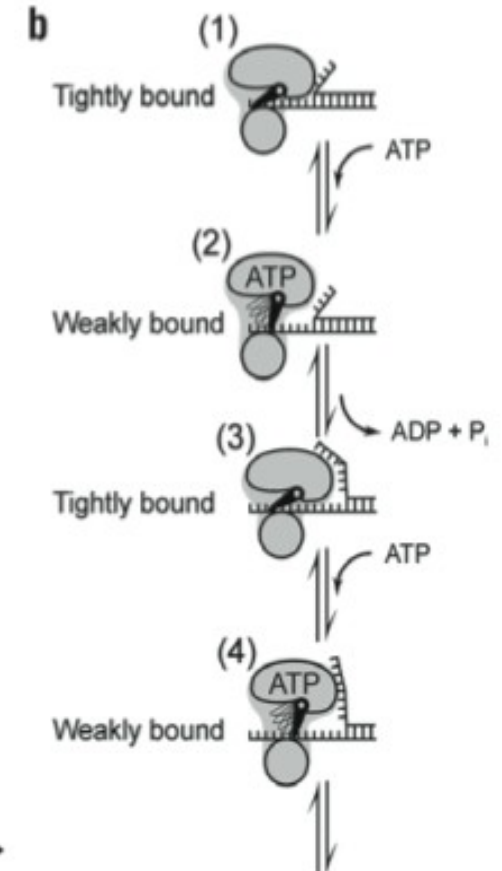
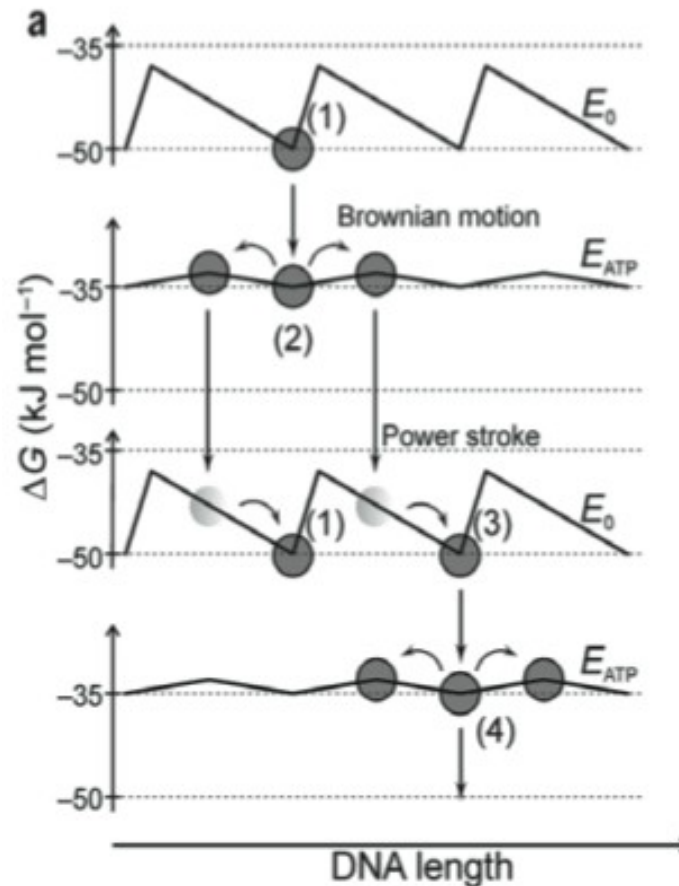
Mikhail K Levin, Madhura Gurjar & Smita S Patel, „A Brownian motor mechanism of translocation and strand separation by hepatitis C virus helicase „Nature Structural & Molecular Biology, **Volume** 12, No 5, May 2005 429



# Beispiel: Hepatitis C Virus Helicase

Ratsche durch period. Änderung der Bindungsenergie  $\Delta G$

Durch ATP wird  $\Delta G$  sehr klein  
 → Enzym spürt Potenzial kaum  
 → zufällige Bewegung durch therm. Fluktuationen



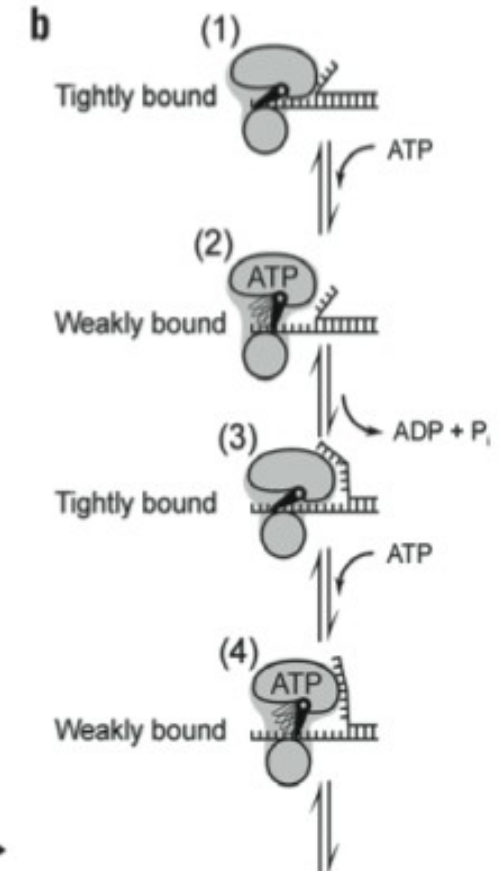
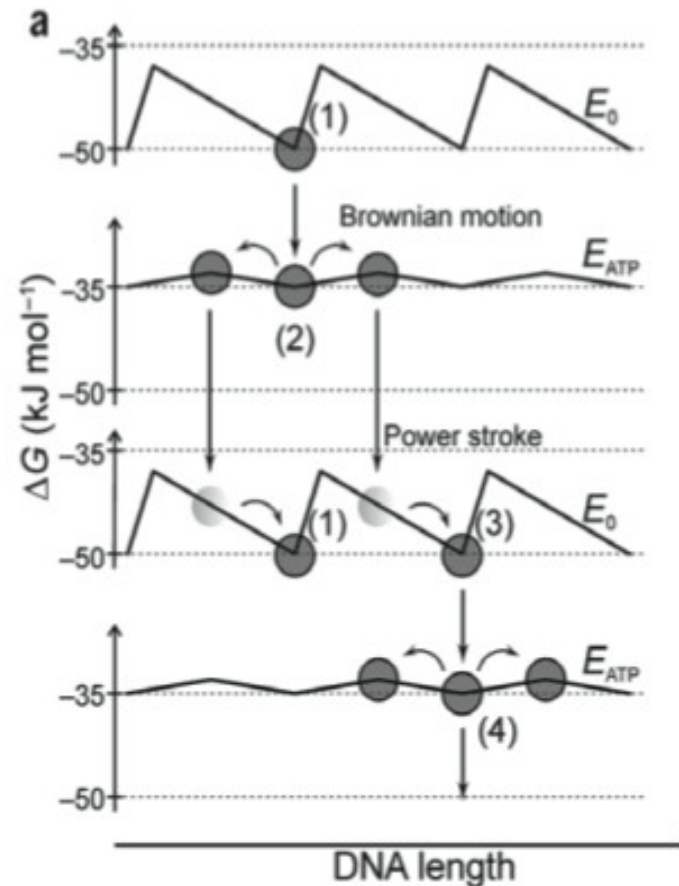
Mikhail K Levin, Madhura Gurjar & Smita S Patel, „A Brownian motor mechanism of translocation and strand separation by hepatitis C virus helicase „Nature Structural & Molecular Biology, **Volume** 12, No 5, May 2005 429

# Beispiel: Hepatitis C Virus Helicase

Ratsche durch period. Änderung der Bindungsenergie  $\Delta G$

Durch ATP wird  $\Delta G$  sehr klein  
 → Enzym spürt Potenzial kaum  
 → zufällige Bewegung durch therm. Fluktuationen

ATP wird hydrolysiert (Arbeit geleistet) und Potential wieder hergestellt  
 → Helicase rutscht ein „Stück“ an DNA entlang und bildet wieder stark geb. Komplex



Mikhail K Levin, Madhura Gurjar & Smita S Patel, „A Brownian motor mechanism of translocation and strand separation by hepatitis C virus helicase „Nature Structural & Molecular Biology, **Volume** 12, No 5, May 2005 429

# Index

- Was ist ein Brownscher Motor?
- Die On-Off-Ratsche
- Die Temperatur-Ratsche
- Weitere Ratschentypen
- Zusammenfassung

# Die Temperatur-Ratsche

Temperatur  $T$  wird zeitlich moduliert:

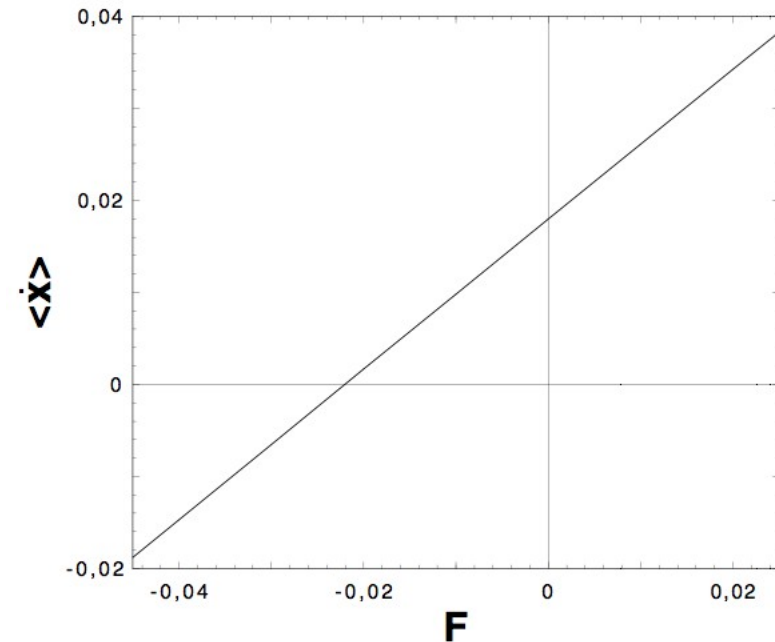
$$T(t) = \bar{T} \{1 + A \operatorname{sign}[\sin(2\pi t/\tau)]\}$$

Periodizität der Temperatur

$$T(t) = T(t + \tau)$$

Es gilt wie zuvor :

$$\langle \xi(t) \xi(s) \rangle = 2\eta k_B T(t) \delta(t-s)$$

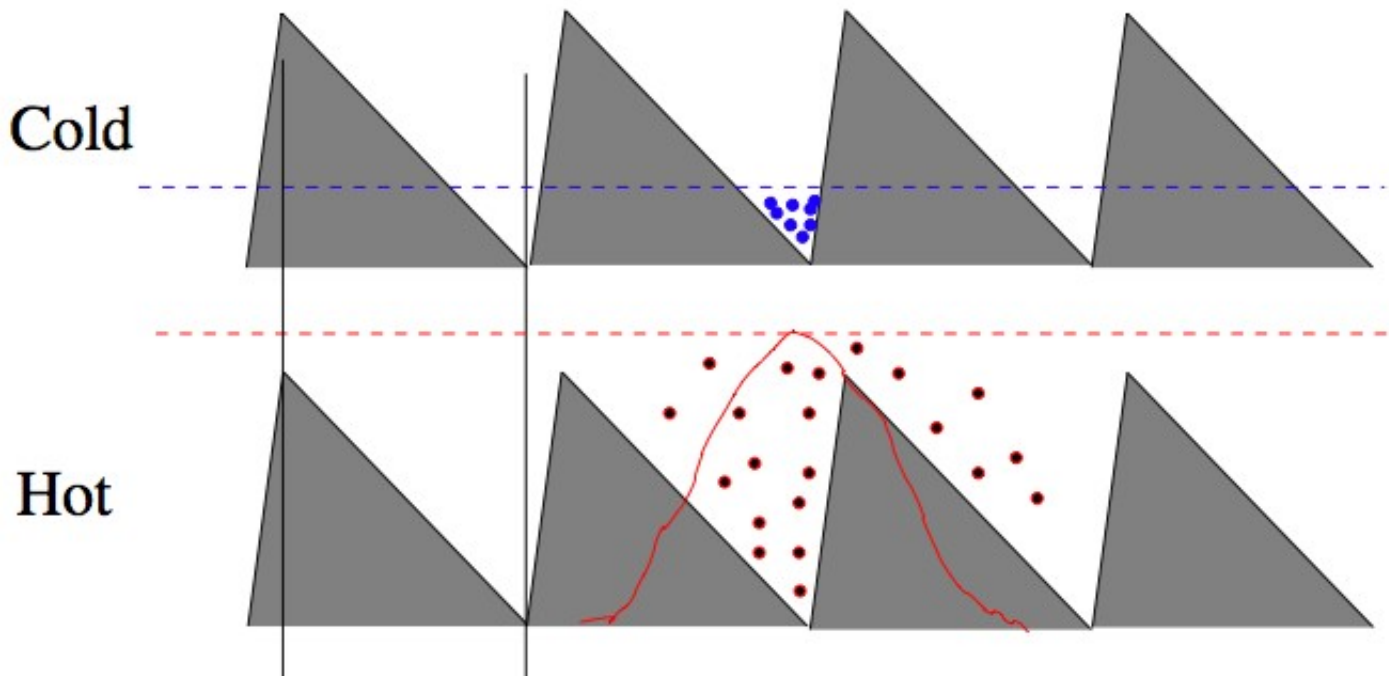


P. Reimann, p. Hänggi, „Introduction to the physics of Brownian motors“ Appl. Phys. A 75, 169–178 (2002)

:

Fluktuations-Dissipations-Relation

# Die Temperatur-Ratsche



Teilchen werden thermisch angeregt (Energie wird in das System gepumpt) und können Potentialbarriere überwinden

→ Teilchentransport

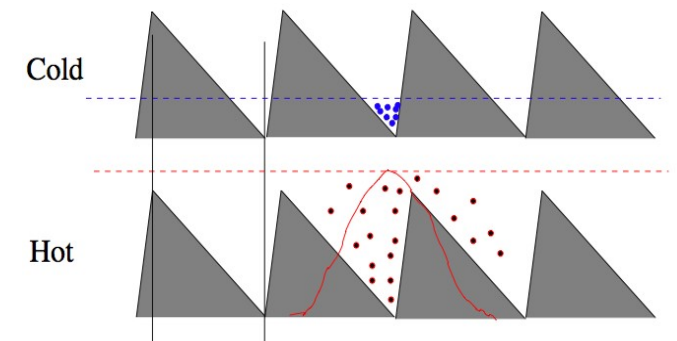
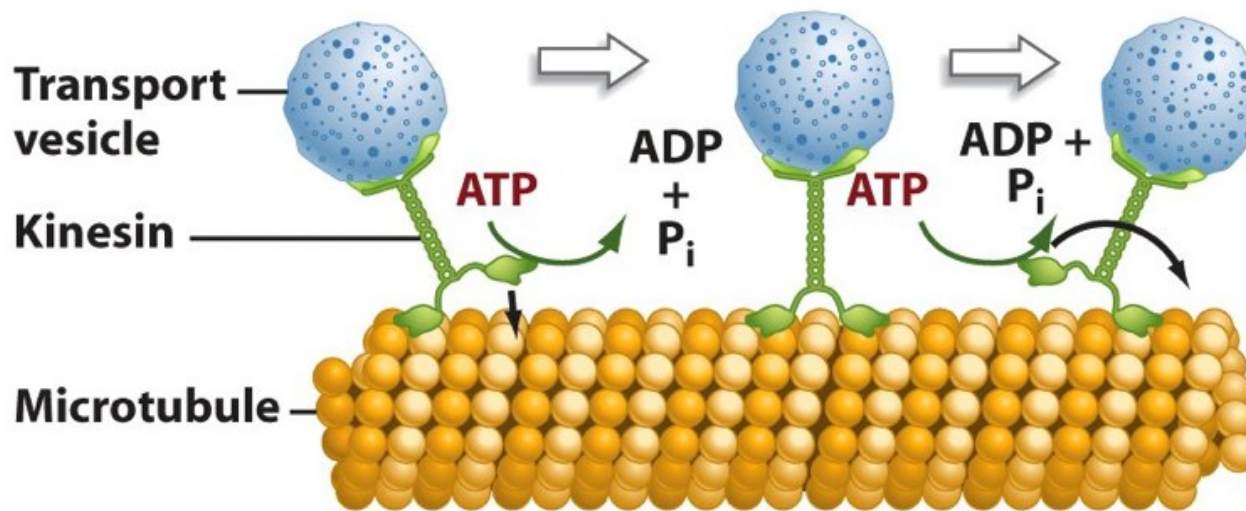
:Unten: Peter Hänggi<sup>1</sup>, Fabio Marchesoni, and Franco Nori, „Brownian Motors“ Ann. Phys. (Leipzig) 14, No. 1 – 3, 51 – 70 (2005)

# Beispiel: Kinesin auf Mikrotubuli

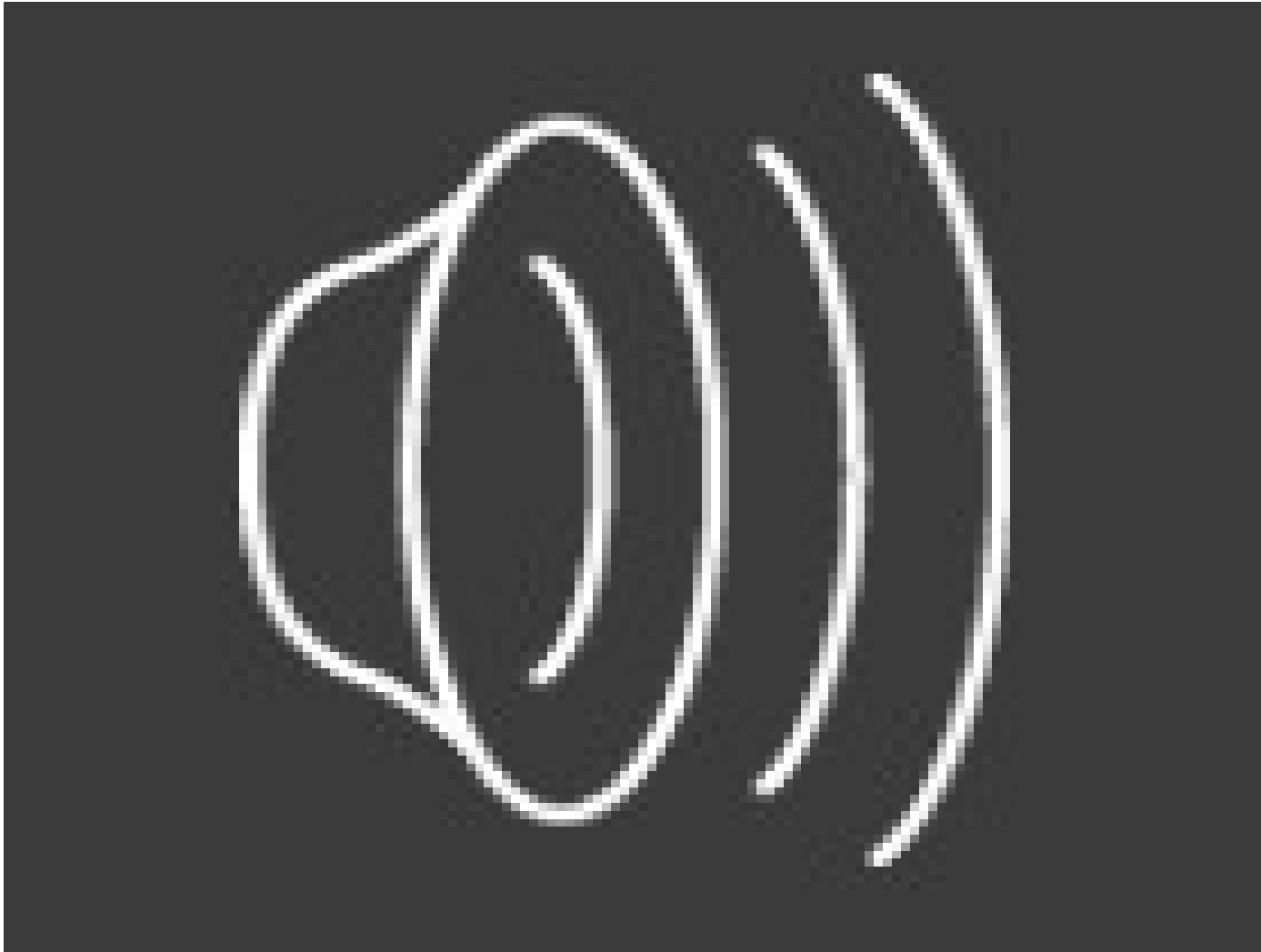
**Kinesin:** Motorprotein in eukaryotischen Zellen

**Mikrotubuli:** Transportbahnen in euk. Zellen

**Transport:** → beide „Füße“ fix auf Mikrotubuli (relaxiert in Potenzialminimum)  
→ ATP löst Bindung und führt zur energetischen Anregung  
→ nach ATP Hydrolyse spürt Kinesin wieder das Potential



# Beispiel: Kinesin auf Mikrotubuli



„Myosin V molecular motor“ <http://www.youtube.com/watch?v=KfEbuHCGIlo>

# Index

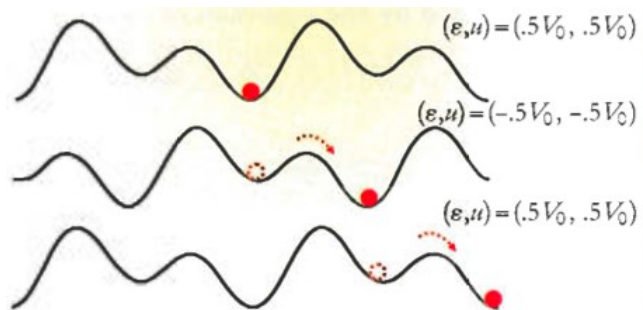
- Was ist ein Brownscher Motor?
- Die On-Off-Ratsche
- Die Temperatur-Ratsche
- Weitere Ratschentypen
- Zusammenfassung



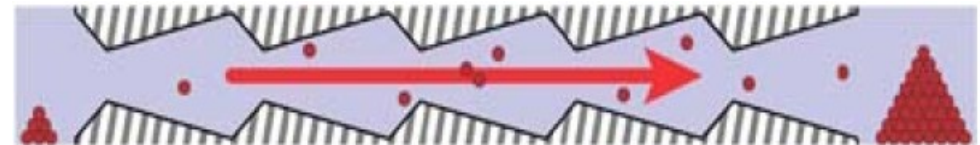
# Weitere Ratschentypen

Es gibt viele verschiedene Systeme, welche Brownsche Motoren realisieren

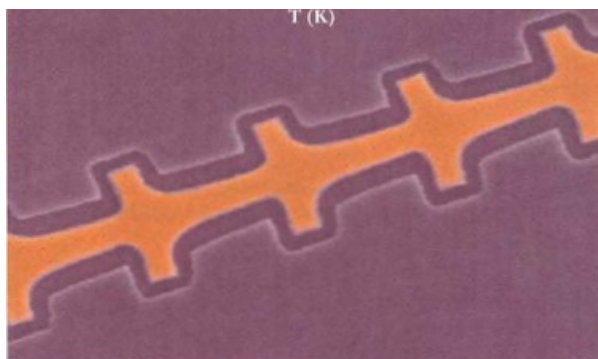
## Pulsierende-Ratsche



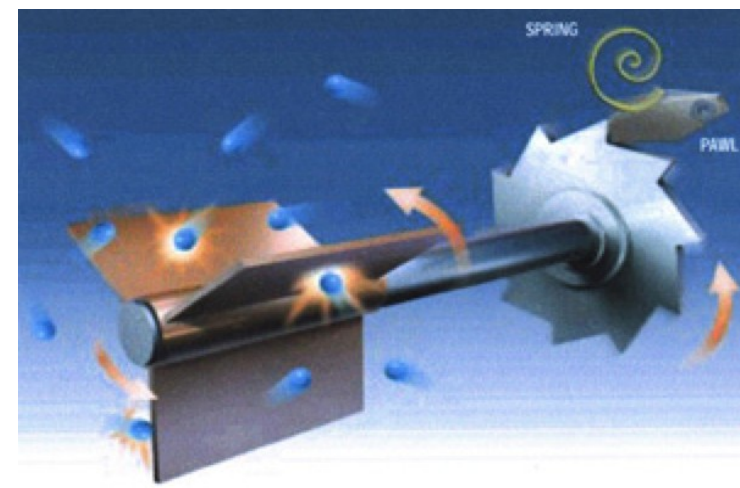
## Drift-Ratsche



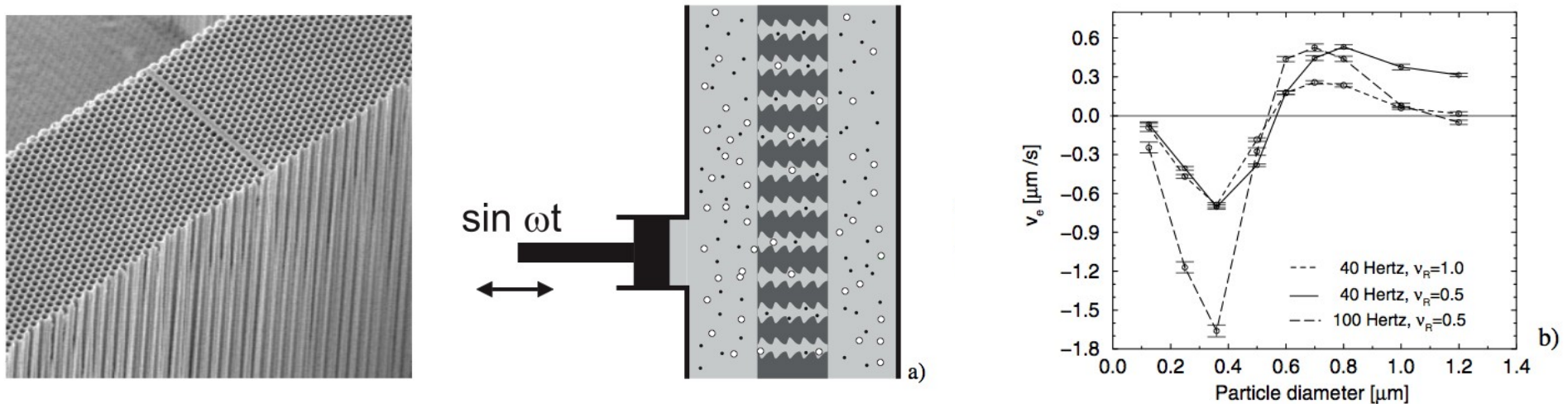
## Quanten-Ratsche



## Feynman-Ratsche



# Anwendungen: Teilchentrennung



:Unten: Peter Hänggi<sup>1</sup>, Fabio Marchesoni, and Franco Nori, „Brownian Motors“ Ann. Phys. (Leipzig) 14, No. 1 – 3, 51 – 70 (2005)

## Grundprinzip ist Drift-Ratsche:

**Aufbau:** → zwei Bäder mit zwei Teilchensorten unterschiedlicher Größe  
→ Bäder getrennt durch Makro-Poren-Siliziumwafer  
→ Flüssigkeit wird periodisch hin und her gepumpt

**Effekt:** Teilchen unterschiedlichen Durchmessers haben unterschiedliche Geschwindigkeiten  
→ können auch entgegengesetzte Bewegungsrichtung haben  
→ **Teilchentrennung**

# Index

- Was ist ein Brownscher Motor?
- Die On-Off-Ratsche
- Die Temperatur-Ratsche
- Weitere Ratschentypen
- Zusammenfassung

# Zusammenfassung

- Eigenschaften die einen Brownschen Motor kennzeichnen
  - räumliche Periodizität des Systems
  - kein thermisches Gleichgewicht
  - Zufallskräfte spielen dominante Rolle
  - Symmetriebruch des Systems

# Zusammenfassung



TECHNISCHE UNIVERSITÄT BERLIN

- Eigenschaften die einen Brownschen Motor kennzeichnen
  - räumliche Periodizität des Systems
  - kein thermisches Gleichgewicht
  - Zufallskräfte spielen dominante Rolle
  - Symmetriebruch des Systems
- Es gibt viele verschiedene Ratschentypen, die eine Vielzahl an Brownschen Motoren hervorbringen
  - u.a. Drift-, Quanten-, Feynman-, On-Off-, Temperatur-Ratsche

# Zusammenfassung



TECHNISCHE UNIVERSITÄT BERLIN

- Eigenschaften die einen Brownschen Motor kennzeichnen
  - räumliche Periodizität des Systems
  - kein thermisches Gleichgewicht
  - Zufallskräfte spielen dominante Rolle
  - Symmetriebruch des Systems
- Es gibt viele verschiedene Ratschentypen, die eine Vielzahl an Brownschen Motoren hervorbringen
  - u.a. Drift-, Quanten-, Feynman-, On-Off-, Temperatur-Ratsche
- Die Natur hat sich die Möglichkeiten Brownscher Motoren schon zunutze gemacht, der Mensch versucht es gerade (Nanotechnologien)

# THE END



**Danke für die Aufmerksamkeit**