Prof. Dr. Eckehard Schöll, PhD
PD Dr. Kathy Lüdge, Judith Lehnert, Andrea Vüllings,
Samuel Brem, Zeynep Cetinkaya, Jurijs Grecenkovs

4. Übungsblatt – Mathematische Methoden

Abgabe: Mo. 13.05.2013 14:00 Uhr, Briefkasten ER-Gebäude
Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe soll in Zweier- oder Dreiergruppen erfolgen. Bitte geben Sie Ihre Namen, Matrikelnummern und das Tutorium (Tutor und Termin) an. Kreuzen Sie am Beginn des Tutoriums die mündlichen Aufgaben an, die Sie bearbeitet haben und an der Tafel vorrechnen können.

Aufgabe 10: *Lineare Differentialgleichungen (DGL)* **(mündlich 1+1+1+1=4 Punkte)**

(a) Lösen Sie die folgende DGL $y'' + y' - 6y = 0$ mit $y(0) = 2$ und $y'(0) = 1$.

(b) Geben Sie die Lösung der DGL $y'' - 4y' + 4y = 7$ an. Raten Sie dazu einen Ansatz für die partikuläre Lösung.

(c) Wie in (b) mit $y'' + 4y = x^2$.

(d) Lösen Sie die folgende DGL $\ddot{x} = -\omega(x - a)$ mit den Anfangsbedingungen $\dot{x}(0) = 0$ und $x(0) = l$. Tipp: Führen Sie durch eine geschickte Substitution das Problem auf ein bekanntes Problem zurück.

Hinweis: $y' = \frac{dy}{dx}$ und $\dot{x} = \frac{dx}{dt}$.

Aufgabe 11 (3 Punkte): *Variation der Konstanten* **(schriftlich, 1+2=3 Punkte)**
Lösen Sie die folgende DGL:

$$y'(x) + \frac{y(x)}{x} = x^2 + 4.$$

(a) Lösen Sie dazu erstmal die homogene Gleichung.

(b) Finden Sie nun eine partikuläre Lösung. Wie lautet die Gesamtlösung?

Bitte Rückseite beachten!⟶

Aufgabe 12 (7 Punkte): *Schwingkreis* **(schriftlich, 1+3+2+1=7 Punkte)**
Ein elektrischer Schwingkreis mit angelegter Wechselspannung $U(t) = U_0 \sin(\omega t)$ lässt sich durch die folgende DGL beschreiben:

$$L\ddot{I} + R\dot{I} + \frac{I}{C} = \dot{U} = U_0\omega\cos(\omega t),$$

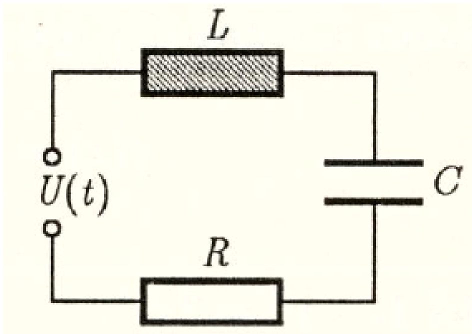
wobei $I(t)$ der Strom, R der Widerstand, C die Kapazität des Kondensators und L die Induktivität der Spule ist. U_o und ω sind die Amplitude und die Frequenz der angelegten Wechselspannung.

(a) Lösen Sie die homogene Gleichung.

(b) Finden Sie nun eine partikuläre Lösung. Wie lautet die Gesamtlösung? Tipp: Betrachten Sie das System im Komplexen: Berechnen Sie also erstmal die Lösung der DGL $L\ddot{I} + R\dot{I} + \frac{I}{C} = U_0\omega\exp(i\omega t)$. Als Ansatz empfiehlt sich $A\exp(i\omega t)$, wobei A komplex ist. Sie erhalten also die partikuläre Lösung, indem Sie Betrag und Phase von A bestimmen. Der Realteil dieser Lösung ist dann die Lösung unserer ursprünglichen DGL. Warum ist dieses Vorgehen legitim, also warum vermischen sich Real- und Imaginärteile nicht?

(c) Zeichnen Sie $|A|$ in Abhängigkeit von ω für verschiedene R-Werte. Nehmen Sie $U_0 = L = C = 1$ an.

(d) Für $R = 0$ ist eine Resonanzkatastrophe zu beobachten, d.h. die Amplitude wird für eine bestimmte Frequenz ω_0 unendlich groß. Bestimmen Sie den Wert von ω_o.



Allgemeine Informationen:

- Klausur: 12.07.13, Raum H 0104, Uhrzeit 8:00-10:00
- Aktuelle Informationen werden immer auf der Homepage bekannt gegeben: (*http://www.itp.tu-berlin.de/?mm13*).
- Sprechzeiten:

Name	**Tag**	**Zeit**	**Raum**	**Tel.**
Prof. Dr. Eckehard Schöll		n.V.	EW 735	23500
PD Dr. Kathy Lüdge	Di	14:00–15:00 Uhr	EW 741	23002
Dipl.-Phys. Judith Lehnert	DO	15:00–16:00 Uhr	ER 246	29048
M. Sc. Andrea Vüllings	Fr	14:00–15:00 Uhr	EW 632	22088
Samuel Brem	Mi	14:00–15:00 Uhr	EW 060	26143
Zeynep Cetinkaya	Fr	11:00–12:00 Uhr	EW 060	26143
Jurijs Grecenkovs	Mi	12:00–13:00 Uhr	EW 060	26143