

Prof. Dr. Eckehard Schöll, PhD  
 PD Dr. Kathy Lüdge, Judith Lehnert, Andrea Vüllings,  
 Samuel Brem, Zeynep Cetinkaya, Jurijs Grecenkovs

## 5. Übungsblatt – Mathematische Methoden

**Abgabe: Mo. 21.05.2013 14:00 Uhr, Briefkasten ER-Gebäude**

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe soll in Zweier- oder Dreiergruppen erfolgen. Bitte geben Sie Ihre Namen, Matrikelnummern und das Tutorium (Tutor und Termin) an. Kreuzen Sie am Beginn des Tutoriums die mündlichen Aufgaben an, die Sie bearbeitet haben und an der Tafel vorrechnen können.

**Aufgabe 13 (4 Punkte): Wdhlg. Integration (mündlich)**

Berechnen Sie die folgenden Integrale:

$$I_1 = \int_1^{\infty} \frac{2x}{x^3 + x^2 + x + 1} dx,$$

$$I_2 = \int_e^{\infty} \frac{\ln x}{x^2} dx,$$

$$I_3 = \int \sin x \cos x dx,$$

$$I_4 = \int_0^a \sqrt{a^2 - x^2} dx.$$

Anmerkung: Hier ist  $e$  (untere Grenze bei  $I_2$ ) die Eulersche Zahl.

**Aufgabe 14 (7 Punkte): Schwingkreis II (schriftlich, 1+3+2+1=7 Punkte)**

Ein elektrischer Schwingkreis lässt sich durch die folgende Differentialgleichung 2ter Ordnung beschreiben:

$$(1) \quad L\ddot{I} + R\dot{I} + \frac{I}{C} = 0,$$

wobei  $I(t)$  der Strom,  $R$  der Widerstand,  $C$  die Kapazität des Kondensators und  $L$  die Induktivität der Spule ist.

- (a) Wie Sie aus der Vorlesung wissen: Jede DGL  $n$ -ter Ordnung lässt sich in  $n$  DGLen 1. Ordnung überführen. Drücken Sie Gleichung (1) durch zwei DGLen 1. Ordnung aus und bringen Sie diese in die Form

$$\dot{\mathbf{q}}(t) = A \mathbf{q}(t).$$

Die allgemeine Lösung lautet

$$\mathbf{q}(t) = c_1 \boldsymbol{\xi}^1 e^{\lambda_1 t} + c_2 \boldsymbol{\xi}^2 e^{\lambda_2 t},$$

wobei  $\boldsymbol{\xi}^i$  der  $i$ -te Eigenvektor und  $\lambda_i$  der  $i$ -te Eigenwert der Matrix  $A$  ist. Die Konstanten  $c_i$  werden durch die Anfangsbedingungen festgelegt.

- (b) Bestimmen Sie die Eigenwerte  $\lambda_i$  und Eigenvektoren  $\boldsymbol{\xi}^i$  ( $i = 1, 2$ ) und geben Sie die allgemeine Lösung  $\mathbf{q}(t)$  an. Überzeugen Sie sich nun davon, dass die von Ihnen gefundene Lösung mit der Lösung aus Aufgabe 12a übereinstimmt.
- (c) Mit Hilfe der Eigenwerte können Sie den Fixpunkt im Koordinatenursprung klassifizieren. Welche Fixpunkte sind möglich?
- (d) Berechnen Sie für den Fall  $R/L \ll 1/(LC)$  den Realteil  $\text{Re}[q_1(t)]$  und  $\text{Re}[q_2(t)]$  von  $\mathbf{q}(t) = (q_1(t), q_2(t))^T$  und plotten Sie diese für verschiedene Widerstände  $R \in [0, 0.1]$  (Parameterplot, z.B. in Mathematica: `ParametricPlot[]`). Wählen Sie  $c_1 = L = C = 1$  und  $c_2 = 0$ .

**Bitte Rückseite beachten! →**

5. Übung SoSe13

**Aufgabe 15 (3 Punkte):** *Matrixprodukt, Determinante und Spur* (**schriftlich, 1+1+1=3 Punkte**)

(a) Berechnen Sie das Matrixprodukt zwischen den Matrizen

$$A_1 = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 0 & 2 \\ 1 & 7 & 2 & -5 \\ 9 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad A_2 = \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ 2 & 9 \\ -1 & -1 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}.$$

(b) Berechne Sie die Determinante der Matrix  $A_3$  und der Matrix  $A_4$ :

$$A_3 = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 2 \\ 7 & 2 & -5 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad A_4 = \begin{pmatrix} 2 & 9 & 9 & 4 \\ 2 & -3 & 12 & 8 \\ 4 & 8 & 3 & -5 \\ 1 & 2 & 6 & 4 \end{pmatrix}.$$

(c) Berechnen Sie die Spur der Matrix  $A_3$  und der Matrix  $A_4$ .

**Allgemeine Informationen:**

- **Pfingstmontag:** Es fallen alle Montagstutorien wegen dem Feiertag aus. Die Tutoriumsvorbereitung für diese Montagstutorien wird auf die Homepage gestellt. Alternativ können Sie sich auf die anderen Tutorien verteilen, wobei wir nicht für ausreichend Sitzplätze garantieren können. Die Aufgabe 13 (mündlich, 5tes Übungsblatt) wird in den Montagstutorien erst am 27.05.2013 an der Tafel vorgestellt.
- Klausur: 12.07.13, Raum H 0104, Uhrzeit 8:00-10:00
- Aktuelle Informationen werden immer auf der Homepage bekannt gegeben: (<http://www.itp.tu-berlin.de/?mm13>).

• Sprechzeiten:

Name	Tag	Zeit	Raum	Tel.
Prof. Dr. Eckehard Schöll		n.V.	EW 735	23500
PD Dr. Kathy Lüdge	Di	14:00–15:00 Uhr	EW 741	23002
Dipl.-Phys. Judith Lehnert	Do	15:00–16:00 Uhr	ER 246	29048
M. Sc. Andrea Vüllings	Fr	14:00–15:00 Uhr	EW 632	22088
Samuel Brem	Mi	14:00–15:00 Uhr	EW 060	26143
Zeynep Cetinkaya	Fr	11:00–12:00 Uhr	EW 060	26143
Jurijs Grechenkovs	Mi	12:00–13:00 Uhr	EW 060	26143