Prof. Dr. Andreas Knorr
Mathias Hayn, Marc Hennes, Helge Neitsch, Jan F. Totz, Kilian Kuhla, Anke Zimmermann

4. Übungsblatt – Quantenmechanik I

Abgabe: Fr. 10. 5. 2013 bis 11:00 Uhr im Briefkasten am Ausgang des ER-Gebäudes

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe soll in 3er-Gruppen erfolgen. Bitte geben Sie Ihre Namen, Matrikelnummern und das Tutorium an.

Aufgabe 7 (10 Punkte): *Harmonischer Oszillator & Quanten-Zeno-Effekt*

Der Harmonische Oszillator wird quantenmechanisch durch den Hamiltonian $\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2\hat{x}^2$ beschrieben, wobei m für die Masse und ω für die Kreisfrequenz stehen. Ohne Beweis dürfen Sie verwenden, dass die Energie-Eigenwerte durch $E_n = \hbar\omega\left(n + \frac{1}{2}\right)$ und die zugehörigen Eigenfunktionen durch $\varphi_n(x) = \frac{1}{\sqrt{\sqrt{\pi}n!2^n}}H_n(x)e^{-\frac{x^2}{2}}$ gegeben sind. Hierbei sind $H_n(x)$ die sog. Hermite-Polynome, die gegeben sind durch $H_n(x) = (-1)^n e^{x^2}\frac{d^n}{dx^n}e^{-x^2}$, $n \in \mathbb{N}$.

(a) Zur Zeit $t = 0$ sei die Wellenfunktion gegeben durch $\psi(x,0) = \frac{1}{\sqrt{2}}\varphi_0(x) + \frac{1}{2}\varphi_1(x) + \frac{1}{2}\varphi_2(x)$. Zum Zeitpunkt $t = 10$ wird eine Messung des Systems durchgeführt. Wie wahrscheinlich ist es die Energien E_n mit $n \in \{0, 1, 2\}$ zu messen? Verwenden Sie $\omega = m = \hbar = 1$.

(b) Angenommen, die Messung ergab $E = E_2$, mit welcher Wahrscheinlichkeit werden Sie zur Zeit $t = 20$ wieder E_2 messen? Tipp: Vereinfachen Sie die Zeitentwicklung mithilfe der Taylor-Reihe und drücken Sie die Wahrscheinlichkeit mit Hilfe der Energie-Unschärfe ΔE aus. Stellen Sie außerdem die Zeitentwicklung der Wahrscheinlichkeiten $P(E_n)$ graphisch dar beginnend von $t = 0$.

(c) Betrachten Sie nun einen beliebige Observable $\hat{A}$, deren Eigenwertpektrum diskret ist: $\hat{A}\varphi_n(x) = a_n\varphi_n(x)$. Der Anfangszustand sei gegeben durch $\psi(x,0) = \varphi_n(x)$. Wie lautet die Wahrscheinlichkeit für das Ergebnis a_n, wenn Sie k konsekutive Messungen getrennt durch ein Zeitintervall Δt durchführen (Gesamtmesszeit $\tau = k\Delta t$)? Was ergibt sich im Limes $\Delta t \to 0$ mit $\tau = const$? Interpretieren Sie das Ergebnis.

Aufgabe 8 (10 Punkte): *Unschärferelation*

(a) Erinnern Sie sich an die Definition der verallgemeinerten Unschärferelation aus der Vorlesung $\Delta A_1 \cdot \Delta A_2 \geq \frac{1}{2}\left|\left\langle[\hat{A}_1, \hat{A}_2]\right\rangle\right|$. Welche Bedingung muss eine Wellenfunktion ψ erfüllen, damit in der Unschärferelation das Gleichheitszeichen steht?

(b) Welche Unschärferelation besteht zwischen ΔE und Δx bzw. Δp? Verwenden Sie den Hamiltonoperator für ein beliebiges Potential.

Vorlesung: Di. um 8:15 Uhr – 9:45 Uhr in EW 201,
Mi. um 8:15 Uhr – 9:45 Uhr in EW 201.

Website: http://www.itp.tu-berlin.de/menue/lehre/lv/ss13/pflichtveranstaltungen_-_bachelorstudium/theoretische_physik_ii_quantenmechanik/

Scheinkriterien:

- Mindestens 50% der schriftlichen Übungspunkte.
- Regelmäßige und aktive Teilnahme in den Tutorien.
- Bestandene Klausur.

Literatur zur Lehrveranstaltung:

- R. P. Feynman: „Vorlesungungen über Physik - Band III - Quantenmechanik"
- T. Fließbach: „Quantenmechanik"
- F. Schwabl: „Quantenmechanik - Eine Einführung"
- W. Greiner: „Quantenmechanik - Einführung"
- R. Shankar: „Principles of Quantum Mechanics"
- J. J. Sakurai: „Modern Quantum Mechanics"
- N. Zettili: „Quantum Mechanics - Concepts and Applications"

Sprechzeiten:

Name	Tag	Zeit	Raum	Tel.
Prof. Dr. Andreas Knorr	Di	13:00 – 14:00 Uhr	EW 742	24255
Mathias Hayn	Mi	14:00 – 15:00 Uhr	EW 711	27884
	Fr	11:00 – 12:00 Uhr		
Marc Hennes	Mi	13:00 – 14:00 Uhr	EW 702	
Helge Neitsch	Fr	10:00 – 11:00 Uhr	EW 269	28852
Jan F. Totz	Mi	13:30 – 14:30 Uhr	EW 627	27681
Kilian Kuhla	Di	11:00 – 12:00 Uhr	EW 60	26143
Anke Zimmermann	Mi	11:30 – 12:30 Uhr	EW 60	26143