

Nichtlineare Dynamik und Strukturbildung WS 2013/14

December 19, 2013

1 Deterministisches Chaos beim getriebenes Pendel

- Betrachten Sie die Gleichung des getriebenen Pendels: $\ddot{\varphi} + \gamma\dot{\varphi} + \frac{g}{l} \sin \varphi = a \cos(\omega t)$.
- Untersuchen Sie dissipatives ($\gamma \neq 0$, Koch/Leven) und konservatives ($\gamma = 0$) Chaos.
- Verwenden Sie die Java-Visualisierung “Getriebener harmonischer Oszillator” aus dem eLearning Angebot des Instituts für Theoretische Physik.

2 Turing-Muster

- experimenteller Nachweis in chemisch reagierenden Systemen
- Turing-Muster und Morphogenese, Alain Turing 1950's tiger stripe theory bestätigt
- 3d Turing-Muster, Epstein/Vanag

Literatur:

- Howard, J., Grill, S. W. & Bois, J. S. Turing's next steps: the mechanochemical basis of morphogenesis. *Nat. Rev. Mol. Cell. Biol.* 12, 392–398 (2011)
- Turing, A. M. The chemical basis of morphogenesis. *Phil. Trans. R. Soc. B* 237, 37–72 (1952)
- Bánsági, T., Vanag, V. K. & Epstein, I. R. Tomography of Reaction-Diffusion Microemulsions Reveals Three-Dimensional Turing Patterns. *Science* 331, 1309–1312 (2011)
- Economou, A. D. et al. Periodic stripe formation by a Turing mechanism operating at growth zones in the mammalian palate. *Nat Genet* 44, 348–351 (2012)
- Murray, J. D. *Mathematical Biology*, Springer-Verlag, New York (2005)
- Castets, V., Dulos, E., Boissonade, J. & De Kepper, P. Experimental evidence of a sustained standing Turing-type nonequilibrium chemical pattern. *Phys. Rev. Lett.* 64, 2953–2956 (1990)

3 Spiralwellen und Euklidische Symmetrien in der Ebene

- rotierende Erregungswellen in unbegrenzter zweidimensionaler Ebene unter Berücksichtigung der Euklidischen Symmetrie der Ebene (Translation & Rotation)
- Reduktion der Reaktions-Diffusions-Gleichungen in ODE für Kernkoordinaten und Rotationsgeschwindigkeit
- Übergang einfach rotierender zu mäandernden Spiralwellen bei einer superkritischen Hopf-Bifurkation (Barkley)
- experimenteller Nachweis in chemisch aktiven Medien (Ouyang, Swinney)

Literatur:

- Li, G., Ouyang, Q., Petrov, V. & Swinney, H. L. Transition from simple rotating chemical spirals to meandering and traveling spirals. *Phys. Rev. Lett.* 77, 2105 (1996)
- Barkley, D. Euclidean symmetry and the dynamics of rotating spiral waves. *Phys. Rev. Lett.* 72, 164–167 (1994)
- Hoyle, Rebecca B. *Pattern Formation: An Introduction to Methods.* Cambridge University Press (2006)

4 Anwendungen der Thom'schen Singularitätentheorie (Katastrophentheorie)

- buckling (Euler-Instabilität)
- optische "caustics"
- Physiologie und Psychologie

Literatur:

- Berry, Michael V., and C. Upstill. "Catastrophe optics: Morphologies of caustics and their diffraction patterns." *Prog. Opt* 18 (1980): 257-346.
- Thom, René. *Structural Stability and Morphogenesis: An Outline of a General Theory of Models.* Reading, MA: Addison-Wesley, 1989
- Sanns, Werner. *Catastrophe Theory with Mathematica: A Geometric Approach.* Germany: DAV, 2000

5 Synchronisation in chemischen Oszillatoren

- Phasenmodellbeschreibung, Kuramoto-Übergang, Ordnungsparameter
- chimera states und analytische Lösung von Strogatz
- Was passiert mit dem Chimera Zustand wenn die Reichweite der nichtlokalen räumlichen Kopplung vergleichbar groß wie räumlicher Bereich ist? (Übergang nichtlokaler -> globaler Kopplung)
- experimentelle Nachweise (mechanisch, chemisch, optisch)

Literatur:

- Y. Kuramoto and D. Battogtokh. Coexistence of coherence and incoherence in nonlocally coupled phase oscillators. *Nonlin. Phenom. Complex Syst.*, 5 380–385, (2002)
- D.M. Abrams and S.H. Strogatz. Chimera states for coupled oscillators. *Phys. Rev. Lett.* 93, 174102 (2004)
- Abrams, D. M. & Strogatz, S. H. Chimera States in a Ring of Nonlocally Coupled Oscillators. *International Journal of Bifurcation and Chaos* 16, 21–37 (2006)
- E.A. Martens, C.R. Laing and S.H. Strogatz. Solvable model of spiral wave chimeras. *Phys. Rev. Lett.* 104, 044101 (2010)
- Omelchenko, I., Omel'chenko, O. E., Hövel, P. & Schöll, E. When Nonlocal Coupling between Oscillators Becomes Stronger: Patched Synchrony or Multichimera States. *Phys. Rev. Lett.* 110, 224101 (2013)
- Martens, E. A., Thutupalli, S., Fourrière, A. & Hallatschek, O. Chimera states in mechanical oscillator networks. *PNAS* 110, 10563–10567 (2013)
- Tinsley, M. R., Nkomo, S. & Showalter, K. Chimera and phase-cluster states in populations of coupled chemical oscillators. *Nat. Phys.* 8, 662–665 (2012)
- Hagerstrom, A. M. et al. Experimental observation of chimeras in coupled-map lattices. *Nat. Phys.* 8, 658–661 (2012)