

Dr. Ermin Malic
 Dr. Marten Richter
 Dipl. Phys. Julia Kabuß

4. Übungsblatt – Theoretische Festkörperphysik I+II

Abgabe: Mi. 15.05.2013 vor Beginn der Vorlesung im EW 203

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Bitte Matrikelnummer auf dem Aufgabenzettel angeben! Die Abgabe soll in Dreiergruppen erfolgen.

Aufgabe 5 (8 Punkte): Operatoren in zweiter Quantisierung: Bose-Operatoren

In der VL wurden sowohl die bosonischen Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren der quantisierten Gitterschwingung $[\hat{b}_{j,\vec{q}}^\dagger, \hat{b}_{j,\vec{q}}]$ mit Wellenvektor \vec{q} in Mode j (LA,LO,TA,TO), als auch der Elektronen $(\hat{a}_{\lambda,s,\vec{k}}^\dagger, \hat{a}_{\lambda,s,\vec{k}})$ mit Band λ , Spin s mit Wellenvektor \vec{k} eingeführt.

1. Zeigen Sie explizit durch Einsetzen, dass die bosonische Kommutatorrelation $[\hat{b}_{i,\vec{q}}, \hat{b}_{j,\vec{q}'}^\dagger]_- = \delta_{\vec{q},\vec{q}'} \delta_{i,j}$ erfüllt ist.
2. In der VL wurde gezeigt, dass der Erwartungswert der quantisierten Auslenkung $\langle \hat{u} \rangle$ verschwindet. Zeigen Sie, dass im Gegensatz dazu die Standardabweichung $\sigma^2 = \langle (\langle \hat{u} \rangle - \hat{u})^2 \rangle$ ungleich Null ist, wobei $u = \sum_{j,q} \sqrt{\frac{\hbar}{2\omega(q)j m N}} \vec{A}_j(q) e^{iqR} (b_{-qj}^\dagger + b_{qj})$.
3. Beweisen Sie mithilfe vollständiger Induktion, dass für bosonische Operatoren $b^{(\dagger)}$ gilt:

$$(1) \quad bb^{\dagger n} - b^{\dagger n}b = \frac{\partial(b^{\dagger n})}{\partial b^\dagger}.$$

4. Zeigen Sie, dass für folgende Transformation des bosonischen Vernichters mit der e-Funktion gilt:

$$(2) \quad e^{-\alpha b^\dagger} b e^{\alpha b^\dagger} = b + \alpha.$$

Aufgabe 6 (7 Punkte): Operatoren in zweiter Quantisierung: Fermi-Operatoren

1. Zeigen Sie explizit durch Einsetzen der Entwicklung der Wellenfunktion, dass die fermionischen Kommutatorrelation $[\hat{a}_{i,\vec{q}}, \hat{a}_{j,\vec{q}'}^\dagger]_+ = \delta_{\vec{q},\vec{q}'} \delta_{i,j}$ erfüllt ist.
2. Betrachten Sie den Mehrteilchenzustand $\phi_n = \prod_l (a_l^\dagger)^{n_l} \phi_0$, wobei $n_l \in \{0, 1\}$ und ϕ_0 der fermionische Grundzustand ist. Zeigen Sie, dass gilt:

$$(3) \quad \langle \phi_n | a_i^\dagger a_j | \phi_n \rangle = \begin{cases} 0 & , i \neq j, \\ n_i & , i = j. \end{cases}$$

3. Zeigen Sie, dass anders als im bosonischen Falle die folgende Transformation des fermionischen Vernichters ergibt:

$$(4) \quad e^{-\alpha a^\dagger} a e^{\alpha a^\dagger} = e^{-\alpha} a.$$

4. Übung TFKP SS13

- Vorlesung:**
- Dienstag 10:15 Uhr – 12:45 Uhr im EW 203.
 - Mittwoch 10:15 Uhr – 12:45 Uhr im EW 203.
- Webseite:**
- Details zur Vorlesung, Vorlesungsmitschrift und aktuelle Informationen sowie Sprechzeiten auf der Webseite unter http://www.itp.tu-berlin.de/menue/lehre/lv/ss13/wahlpflichtveranstaltungen/theoretische_festkoerperphysik_i_ii/
- Scheinkriterien:**
- Mindestens 60% der Übungspunkte.
 - Regelmäßige und aktive Teilnahme in den Tutorien.

Bemerkung: Bei den Übungsaufgaben werden nur dokumentenechte, handschriftliche Originale akzeptiert. Es werden keine Kopien oder elektronischen Abgaben akzeptiert.

Literatur zur Lehrveranstaltung:

Alle Bücher stehen in der Physikbibliothek zur Verfügung.

- Czycholl: Theoretische Festkörperphysik, Springer
- Haken, Quantenfeldtheorie des Festkörpers, Teubner
- Haug, Koch, Quantum, Theory of the optical and electronic properties of semiconductors, World Scientific
- Scheck, Theoretische Physik, Springer
- Scherz, Quantenmechanik, Teubner
- Madelung, Festkörpertheorie, Springer