Prof. Dr. Harald Engel
Dr. Julia Kabuß, Dipl. Phys. Maria Zeitz, Robert Kohlhaas BSc, Hagen-Henrik Kowalski, Alexander Ziepke

10. Übungsblatt – Mathematische Methoden der Physik

Abgabe: Bis Do. 03.07.2014 8h25 vor Beginn der Vorlesung im EW 201 oder im Briefkasten am Hintereingang des ER-Gebäudes

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Bitte das Tutorium und den Namen des Tutors auf dem Aufgabenzettel angeben! Die Abgabe erfolgt in Dreiergruppen.

Aufgabe 25 (4 Punkte): *Jacobi-Matrix und Funktionaldeterminante*
Es sei eine Koordinatentransformation zwischen kartesischen Koordinaten $(x_1, x_2, x_3) = (x, y, z)$ und anderen Koordinaten (x'_1, x'_2, x'_3) gegeben:

$$\begin{aligned} x_1 &= x_1(x'_1, x'_2, x'_3) \\ x_2 &= x_2(x'_1, x'_2, x'_3) \\ x_3 &= x_3(x'_1, x'_2, x'_3). \end{aligned}$$

Die Einträge der sogenannten Jacobi-Matrix F sind definiert als

$$F_{ij} = \frac{\partial x_i}{\partial x'_j} \qquad i, j = 1, 2, 3$$

und die Funktionaldeterminante ist gegeben durch $\det F$. Berechnen Sie die Jacobi-Matrix und die Funktionaldeterminante für

(a) Zylinderkoordinaten $(x'_1, x'_2, x'_3) = (\rho, \varphi, z)$

(b) Kugelkoordinaten $(x'_1, x'_2, x'_3) = (r, \varphi, \vartheta)$

Aufgabe 26 (4 Punkte): *Fluss durch eine Kugeloberfläche*
Der Fluss I eines elektrischen Feldes durch eine Oberfläche lässt sich durch folgende Formel beschreiben:

$$I = \oint \mathrm{d}\underline{A} \cdot \underline{E}(\underline{r}). \tag{1}$$

Nehmen Sie nun einen Dipol $\underline{p}$ im Mittelpunkt der Kugel an. Das Dipolfeld ist in Kugelkoordinaten wie folgt definiert (vgl. Blatt 9): $\underline{E} = E_r \underline{e}_r + E_\varphi \underline{e}_\varphi + E_\vartheta \underline{e}_\vartheta$ mit:

$$E_r = \frac{2\ p\ \cos\vartheta}{4\pi\epsilon_0\ r^3}, \quad E_\vartheta = \frac{p\ \sin\vartheta}{4\pi\epsilon_0\ r^3}, \quad E_\varphi = 0. \tag{2}$$

Berechnen Sie den Fluss I durch eine Kugeloberfläche mit dem Radius R.

Bitte Rückseite beachten!⟶

10. Übung SS14

Aufgabe 27 (7 Punkte): *Kegel*

Betrachten Sie einen geraden Kegel der Höhe h mit dem Radius des Basiskreises R. Die Symmetrieachse soll mit der z-Achse zusammenfallen und der Basiskreis befindet sich in der x-y-Ebene.

(a) Berechnen Sie mithilfe eines Oberflächenintegrals die Oberfläche des Kegels. Betrachten Sie dazu die Mandelfläche und den Basiskreis getrennt und geben Sie die entsprechenden Oberflächenelemente $\mathrm{d}A$ an.

(b) Berechnen Sie mithilfe eines Volumenintegrals das Volumen des Kegels.

Vorlesung:	• Donnerstag 8:30 Uhr – 10:00 Uhr im EW 201.
Webseite:	• Details zur Vorlesung, Vorlesungsmitschrift und aktuelle Informationen sowie Sprechzeiten auf der Webseite unter http://www.itp.tu-berlin.de/menue/lehre/lv/ss_2014/pflichtveranstaltungen_-_bachelorstudium/mm130/
Scheinkriterien:	• Mindestens 50% der Übungspunkte. • Mindestens 50% Teilnahme an mündlichen Aufgaben. • Mindestens 1x Vorrechnen. • Bestandene Klausur.

Bemerkung: Bei den Übungsaufgaben werden nur handschriftliche Originale akzeptiert. Keine Kopien oder elektronischen Abgaben.

Literatur zur Lehrveranstaltung:

- Siegfried Großmann: Mathematischer Einführungskurs für die Physik
- Hermann Schulz: Physik mit Bleistift - Das analytische Handwerkszeug der Naturwissenschaftler
- I. N. Bronstein: Taschenbuch der Mathematik