Prof. Dr. Harald Engel
Dr. Julia Kabuß, Dipl. Phys. Maria Zeitz, Robert Kohlhaas BSc, Hagen-Henrik Kowalski, Alexander Ziepke

7. Übungsblatt – Mathematische Methoden der Physik

Abgabe: Bis Do. 12.06.2014 8h25 vor Beginn der Vorlesung im EW 201 oder im Briefkasten am Hintereingang des ER-Gebäudes

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Bitte das Tutorium und den Namen des Tutors auf dem Aufgabenzettel angeben! Die Abgabe erfolgt in Dreiergruppen.

Aufgabe 17 (10 Punkte): *Nabla-Operator*

Es sei $\underline{r}$ ein Vektor mit Betrag r. Und es sei $\underline{a}$ ein konstanter Vektor, der also nicht von $\underline{r}$ abhängen möge. Die kartesischen Komponenten von $\underline{r}$ und $\underline{a}$ seien mit r_μ bzw. a_μ bezeichnet ($\mu \in \{x, y, z\}$).

(a) Berechnen Sie die Divergenz
$$\underline{\nabla} \cdot (r\underline{a}) \,.$$

(b) Berechnen Sie den Gradienten
$$\underline{\nabla}(\underline{a} \cdot \underline{r}).$$

(c) Berechnen Sie das Gradientenfeld
$$\underline{\nabla} r^n \,.$$

(d) Beweisen Sie mithilfe des Levi-Civita-Symbols die Relation:
$$\underline{\nabla} \times (\underline{\nabla} \times \underline{c}) = \underline{\nabla}(\nabla \cdot \underline{c}) - \Delta \underline{c} \,,$$
wobei die Komponenten des Vektors $\underline{c}$ hinreichend oft nach x, y und z differenzierbar ist.

(e) Berechnen Sie die Divergenz
$$\underline{\nabla} \cdot \left(\frac{\underline{r}}{r}\right) .$$

(f) Berechnen Sie für die skalaren Felder (i) $\varphi_1(\underline{r}) = z e^{x^2 y}$ und (ii) $\varphi_2(\underline{r}) = (\underline{a} \cdot \underline{r})/r^3$ das Gradientenfeld $\underline{\nabla}\varphi$ sowie dessen Quellen $\Delta\varphi$.

Bitte Rückseite beachten!⟶

7. Übung SS14

Aufgabe 18 (2 Punkte): *Gravitation*
Gegeben sei die Gravitationskraft

$$\underline{F}_G(\underline{r}) = -\gamma \frac{mM}{r^2} \frac{\underline{r}}{r},$$

zwischen zwei Massen m und M, wobei eine der Massen o.B.d.A. im Ursprung sei. Dabei sei γ die Gravitationskonstante, $\underline{r}$ der Ortsvektor $\underline{r} = (x, y, z)^T$ und r sein Betrag $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

(a) **Mündlich** Zeigen Sie, dass dieses Kraftfeld ein Gradientenfeld ist.

(b) **Mündlich** Verifizieren Sie, dass die Zentralkraft $\underline{F}_G$ sich durch Gradientenbildung aus dem Graviationspotenzial $U(r) = -\gamma \frac{M}{r}$ berechnen lässt:

$$\underline{F}_G(\underline{r}) = -m \underline{\nabla} U(r)$$

(c) Zeichnen Sie U mithilfe eines Plotprogramms ihrer Wahl in einem 3D Plot in kartesischen Koordinaten und für feste Werte von z.

Vorlesung:	• Donnerstag 8:30 Uhr – 10:00 Uhr im EW 201.
Webseite:	• Details zur Vorlesung, Vorlesungsmitschrift und aktuelle Informationen sowie Sprechzeiten auf der Webseite unter http://www.itp.tu-berlin.de/menue/lehre/lv/ss_2014/pflichtveranstaltungen_-_bachelorstudium/mm130/
Scheinkriterien:	• Mindestens 50% der Übungspunkte.
	• Mindestens 50% Teilnahme an mündlichen Aufgaben.
	• Mindestens 1x Vorrechnen.
	• Bestandene Klausur.

Bemerkung: Bei den Übungsaufgaben werden nur handschriftliche Originale akzeptiert. Keine Kopien oder elektronischen Abgaben.

Literatur zur Lehrveranstaltung:

- Siegfried Großmann: Mathematischer Einführungskurs für die Physik
- Hermann Schulz: Physik mit Bleistift - Das analytische Handwerkszeug der Naturwissenschaftler
- I. N. Bronstein: Taschenbuch der Mathematik