

Prof. Dr. Tobias Brandes
Dr. Javier Cerrillo

5. Übungsblatt – Theoretische Festkörperphysik I,II

Abgabe: Mi. 28.05.2014 bis 14:15 Uhr im EW 229 (Übungen)

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe soll in Dreiergruppen erfolgen.

Aufgabe 11 (6 Punkte): Bloch-Oszillationen

Der tight-binding Hamiltonoperator in der Basis der Wannier-Zustände $|n\rangle$ lautet

$$(1) \quad H = -\frac{\Delta}{4} \sum_{n=-\infty}^{\infty} (|n\rangle\langle n+1| + |n+1\rangle\langle n|) + dF \sum_{n=-\infty}^{\infty} n|n\rangle\langle n|.$$

Zeigen Sie, dass dieser Hamiltonian in der Basis der Bloch-Zustände $|k\rangle = \sqrt{\frac{d}{2\pi}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} |n\rangle e^{inkd}$ als $\langle k'|H|k\rangle = \delta(k-k')H(k)$ mit

$$H(k) = -\frac{\Delta}{2} \cos kd + iF \frac{d}{dk},$$

ausgedrückt werden kann. Zeigen Sie, dass die Energiewerten $E_m = mdF$, mit $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ (die Wannier-Stark Leiter) sind, und auch, dass die Eigenvektoren in Bloch-Darstellung

$$\Psi_m(k) = \langle k|\Psi_m\rangle = \sqrt{\frac{d}{2\pi}} e^{-i[mkd + \gamma \sin kd]}, \quad \gamma = \Delta/2dF,$$

und in Wannier-Basis $\Psi_m(n) = \langle n|\Psi_m\rangle = J_{n-m}(\gamma)$, (mit J Bessel-Funktion) sind. Mit Hilfe der Rekursion-Eigenschaften der Bessel-Funktionen, beweisen Sie explizit, dass die Wellenfunktionen $|\Psi_m\rangle = \sum_n J_{n-m}(\gamma)|n\rangle$ Eigenzustände vom tight-binding Hamiltonian Eq. (1) sind. Finden Sie den Zeit-abhängigen Zustand $|\Psi(t)\rangle = \sum_n c_n(t)|n\rangle$ für ein Elektron, der zunächst in einem Bloch-Zustand $|k\rangle$ vorbereitet wird, und zeigen Sie, dass $c_n(t)$ eine laufende Welle darstellt, die wechselnde Propagationsrichtung besitzt.

Aufgabe 12 (8 Punkte): Floquet-Theorem für ein getriebenes Zwei-Niveau-System

Sei ein periodisch-getriebenes Zwei-Niveau-System

$$\mathcal{H}(t) = -\frac{V_0}{2} \cos(\omega t) \sigma_z - \frac{\Delta}{4} \sigma_x.$$

Integrieren Sie die Zeit-abhängige Schrödinger Gleichung numerisch und bestimmen Sie die Monodromie-Matrix und die zugehörige Floquet-Exponente für verschiedene Werte der Parameter. Stellen Sie die Ergebnisse graphisch dar und vergleichen Sie sie mit der perturbative Lösung (Skript 4.5.5) und der Lösung der Näherung für rotierende Wellen (Tutorium).

Aufgabe 13 (6 Punkte): Dichte-Responsefunktion

Berechnen Sie die Dichte-Responsefunktion $\chi_0(\mathbf{q}, \omega)$ im Rahmen der kinetischen Theorie,

$$\chi_0(\mathbf{q}, \omega) \equiv \frac{1}{L^d} \sum_{\mathbf{p}} \frac{\mathbf{q} \cdot \nabla_{\mathbf{p}} f_0(\mathbf{p})}{\omega + i\delta - \mathbf{v}_{\mathbf{p}} \cdot \mathbf{q}},$$

für ein Gas wechselwirkungsfreier Elektronen bei der Temperatur $T = 0$ in drei Dimensionen. Hinweis: Führen Sie die kombinierte Variable $x = \omega/(v_F q)$ ein, wobei v_F die Fermi-Geschwindigkeit ist ($\frac{1}{2}mv_F^2 = E_F$, Fermi-Energie). Beachten Sie weiterhin, dass

$$-\frac{\partial}{\partial \varepsilon_{\mathbf{p}}} f_0(\mathbf{p}) = \delta(E_F - \varepsilon_{\mathbf{p}}), \quad \varepsilon_{\mathbf{p}} = \frac{p^2}{2m}.$$

5. Übung TFP SS14

- Vorlesung:**
- Dienstags 10–12 Uhr im EW 203
 - Mittwochs 10–12 Uhr im EW 203

- Übungen:**
- Mi 14–16 Uhr im EW 229

- Scheinkriterien:**
- Mindestens 60% der Übungspunkte
 - Regelmäßige und aktive Teilnahme in den Übungen

Literatur zur Lehrveranstaltung:

- Ashcroft, Mermin, *Festkörperphysik* (Oldenbourg)
- Kittel, *Quantentheorie der Festkörper* (Oldenbourg)
- Czycoll, *Theoretische Festkörperphysik* (Springer)
- Ibach, Lüth, *Festkörperphysik* (Springer)
- Jäger, Valenta, *Festkörpertheorie* (Wiley)
- U. Rössler, *Solid State Theory* (Springer)
- Haug, Koch, *Quantum Theory of the Optical and Electronic Properties of Semiconductors* (World Scientific)
- Haken, *Quantenfeldtheorie des Festkörpers* (Teubner)
- Scherz, *Quantenmechanik* (Teubner)

Es existiert in der Abteilungsbibliothek Physik ein Semesterapparat zu dieser Vorlesung.

Hinweise:

Die Übungsblätter werden in der Regel am Dienstag in der Vorlesung ausgegeben. Die Abgabe erfolgt dann 15 Tage später um 14:15 im EW229 (Übungsraum).

Weitere Informationen können auf der Vorlesungshomepage <http://www.itp.tu-berlin.de/menue/lehre/lv/> gefunden werden.