

Prof. Dr. Tobias Brandes
Dr. Javier Cerrillo

8. Übungsblatt – Theoretische Festkörperphysik I,II

Abgabe: Mi. 18.06.2014 bis 14:15 Uhr im EW 229 (Übungen)

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe soll in Dreiergruppen erfolgen.

Aufgabe 19 (10 Punkte): Verschiebungs-Operator

Kohärente Zustände werden durch eine α -Verschiebung des Vakuum-Zustandes definiert. Der Verschiebungs-Operator für eine Mode wird durch $D(\alpha) \equiv e^{\alpha a^\dagger - \alpha^* a}$ definiert, wobei $\alpha \in \mathbb{C}$.

- Zeigen Sie, dass der Produkt zweier Verschiebungs-Operatoren

$$D(\alpha)D(\beta) = D(\alpha + \beta)e^{i\Im(\alpha\beta^*)}.$$

genügt.

- Zeigen Sie, dass der Erwartungswert der Operatoren \hat{x} und \hat{p} für einen kohärenten Zustand mit der Frequenz des Modes Ω oszilliert.
- Zeigen Sie, dass der Erwartungswert des Verschiebungs-Operators im thermischen Gleichgewicht

$$\langle D(\alpha) \rangle_{\text{eq}} = e^{-\frac{1}{2}|\alpha|^2 \coth(\frac{\beta\Omega}{2})},$$

lautet.

Dafür sind Laguerre-Polynome und ihre erzeugende Funktion hilfreich.

Aufgabe 20 (10 Punkte): Jaynes-Cummings-Modell

Ein einfaches Modell der Wechselwirkung eines Zwei-Niveau-Systems mit einer einzelnen bosonischen Mode liefert der Hamiltonian

$$\mathcal{H}_{\text{JCM}} = \omega_0 \sigma_z + \omega b^\dagger b + g(\sigma_+ b + \sigma_- b^\dagger),$$

wobei $\sigma_\pm = \frac{1}{2}(\sigma_x \pm i\sigma_y)$.

Leiten Sie einen Ausdruck für die atomische Inversion $W(t) = \langle \sigma_z(t) \rangle$ her. Als Anfangsbedingung nehmen Sie den erregten Atom-Zustand und ein kohärentes Zustand an, wo die Wahrscheinlichkeitsverteilung des Photones

$$P_n(0) = \rho_{nn}(0) = \langle n \rangle^n e^{-\langle n \rangle} / n!$$

lautet, mit $\langle n \rangle$ dem durchschnittlichen Photonen-Zahl. Die Bedingung $\omega = \omega_0$ soll angenommen werden. Stellen Sie graphisch die Ergebnisse für manche Werte von $\langle n \rangle$ und g dar. Versuchen Sie die Abhängigkeit der Oszillationen mit g und $\langle n \rangle$ abzuschätzen.

Bitte Rückseite beachten! →

8. Übung TFP SS14

- Vorlesung:**
- Dienstags 10–12 Uhr im EW 203
 - Mittwochs 10–12 Uhr im EW 203

- Übungen:**
- Mi 14–16 Uhr im EW 229

- Scheinkriterien:**
- Mindestens 60% der Übungspunkte
 - Regelmäßige und aktive Teilnahme in den Übungen

Literatur zur Lehrveranstaltung:

- Ashcroft, Mermin, *Festkörperphysik* (Oldenbourg)
- Kittel, *Quantentheorie der Festkörper* (Oldenbourg)
- Czycholl, *Theoretische Festkörperphysik* (Springer)
- Ibach, Lüth, *Festkörperphysik* (Springer)
- Jäger, Valenta, *Festkörpertheorie* (Wiley)
- U. Rössler, *Solid State Theory* (Springer)
- Haug, Koch, *Quantum Theory of the Optical and Electronic Properties of Semiconductors* (World Scientific)
- Haken, *Quantenfeldtheorie des Festkörpers* (Teubner)
- Scherz, *Quantenmechanik* (Teubner)

Es existiert in der Abteilungsbibliothek Physik ein Semesterapparat zu dieser Vorlesung.

Hinweise:

Die Übungsblätter werden in der Regel am Dienstag in der Vorlesung ausgegeben. Die Abgabe erfolgt dann 15 Tage später um 14:15 im EW229 (Übungsraum).

Weitere Informationen können auf der Vorlesungshomepage <http://www.itp.tu-berlin.de/menue/lehre/lv/> gefunden werden.