Prof. Dr. Sabine Klapp,
Dipl.-Phys. Arash Azhand, Dipl.-Phys. Ken Lichtner, M. Sc. Jan Totz, Kilian Kuhla

4. Übungsblatt – Thermodynamik und Statistik

Abgabe: Fr. 16.05.2014 bis 12:00 Uhr, Briefkasten ER-Gebäude
Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe soll in 3er-Gruppen erfolgen. Bitte geben Sie Ihre Namen, Matrikelnummern und das Tutorium (Tutor und Termin) an.

Aufgabe 10 (8 Punkte): *Ideales Gas*
Betrachten Sie ein ideales Gas aus N Teilchen in einem Volumen V.

(a) Zeigen Sie, dass die Anzahl der Zustände in einer Energieschale der Dicke ΔE gegeben ist durch

$$\Omega(E, V, N) = f(N)V^N E^{3N/2}.$$

(b) Berechnen Sie die kalorische Zustandsgleichung $U = E(T, V, N)$.

(c) Berechnen Sie die thermische Zustandsgleichung $p = p(T, V, N)$.

(d) Zeigen Sie, dass für die *adiabatische* Zustandsänderung ($S =$const, $N =$const) gilt:

$$pV^{5/3} = \text{const}.$$

Aufgabe 11 (4 Punkte): *Gibbs-Paradoxon*

Betrachten Sie jetzt ein ideales Gas, welches durch eine Trennwand in zwei Teilvolumen V_1 (mit N_1 Teilchen) und $V_2 = V_1$ (mit $N_2 = N_1$ Teilchen) aufgeteilt ist. Die Teilvolumen sind charakterisiert durch die Entropien S_1 und S_2.

(a) Zeigen Sie, dass die Gesamtentropie, welches das ganze System (ohne Trennwand) charakterisiert, durch

$$S = S_1 + S_2 + A, \;\; A \neq 0,$$

gegeben ist, wenn man den kombinatorischen Vorfaktor $\frac{1}{N!}$ in der Relation für die Anzahl der Zustände Ω vernachlässigt.

(b) Zeigen Sie nun, dass man für die Gesamtentropie

$$S = S_1 + S_2$$

erhält, wenn man diesen Vorfaktor in Ω berücksichtigt. Diskutieren Sie ihre Ergebnisse.

Aufgabe 12 (8 Punkte): *Spin-Gitter*

Wir betrachten ein System bestehen aus N Spins auf einem eindimensionalen Gitter (d.h. einer Kette). Die einzelnen Spins besitzen die Spinprojektion $\sigma_i = \pm 1$ (parallel/antiparallel) bezüglich eines äußeren Magnetfeldes. Die Spins verschiedener Gitterplätze wechselwirken nicht miteinander, so dass die Hamilton-Funktion $H(\sigma_1, \ldots, \sigma_N) = -h \sum_{i=1}^{N} \sigma_i$ lautet. Dabei ist h eine Konstante mit der Einheit einer Energie. Im mikrokanonischen Ensemble ist die Anzahl $\Omega(E, N)$ der Zustände mit der Energie E durch

$$(1) \quad \ln \Omega(E, N) = N \ln N + N \ln 2 - \frac{1}{2}(N + E/h) \ln(N + E/h) - \frac{1}{2}(N - E/h) \ln(N - E/h)$$

gegeben.

4. Übung TPIV SS14

(a) Zeigen Sie allgemein, dass im mikrokanonischen Ensemble $\langle H \rangle = E$ gilt, d.h., dass der Ensemblemittelwert der Hamilton-Funktion gleich der Energie des Systems ist.

(b) Berechnen Sie die mittlere Anzahl $\langle n \rangle$ von Spins parallel zum äußeren Magnetfeld.

(c) Wie viele Zustände mit den Energien $E = \pm Nh$ gibt es? Wie sehen die dazugehörigen Zustände aus?

(d) Benutzen Sie $\Omega(E, N)$ um die Entropie S und die Temperatur T des Systems zu berechnen.

(e) Stellen Sie S, T und $\langle n \rangle$ in Abhängigkeit von der Energie E graphisch dar. Ist die Temperatur für $E > 0$ sinnvoll definiert?

Vorlesung:
Mi. um 12:15 Uhr – 13:45 Uhr in EW 203,
Fr. um 8:30 Uhr – 10:00 Uhr in EW 203.

Scheinkriterien:

- Mindestens 50% der schriftlichen Übungspunkte.
- Regelmäßige und aktive Teilnahme in den Tutorien (mindestens einmal vorrechnen).
- Bestandene Klausur.

Literatur zur Lehrveranstaltung:

- M. Plischke, B. Bergersen, Equilibrium Statistical Physics, (World Scientific)
- W. Nolting, Theoretische Physik 6, (Springer)
- F. Schwabl, Statistische Mechanik, (Springer)
- L. D. Landau, E. M. Lifschitz, Statistische Physik (Akademie Verlag)
- D. Wu, D. Chandler, Introduction to Modern Statistical Mechanics, (Oxford)
- L. E. Reichel, A Modern Course in Statistical Physics, (Edward Arnold LTD)

Sprechzeiten:

Name	**Tag**	**Zeit**	**Raum**	**Tel.**
Prof. Sabine Klapp	Di	12:15 – 13:00 Uhr	EW 707	23763
Arash Azhand	Do	15:15 – 16:00 Uhr	EW 627	27681
Ken Lichtner	Mi	15:15 – 16:00 Uhr	EW 266	28849
Jan Totz	Do	15:15 – 16:00 Uhr	EW 627	27681
Kilian Kuhla	Di	13:15 – 14:00 Uhr	EW 60/61	26143