Prof. Dr. Tobias Brandes

Dr. Javier Cerrillo, Dr. Torben Winzer, Samuel Brem BSc, Henrik Kowalski BSc, Sina Böhling, Jonas Rezacek

# 1. Übungsblatt - Mathematische Methoden der Physik SS 2015

### Abgabe: Fr. 01.05.2015 bis 12:00 Uhr, Briefkasten ER-Gebäude

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe soll in Dreiergruppen erfolgen.

# Aufgabe 1 (6 Punkte): Uhrzeiger

Bestimmen Sie sekundengenau, wann sich die Minuten- und Stundenzeiger einer Uhr im rechten Winkel zueinander befinden.

Hinweis: Denken Sie an Polarkoordinaten und die Winkelgeschwindigkeit.

## Aufgabe 2 (14 Punkte): Finsternisse

Die Sonnenfinsternis fand am 20. März um 10:45 Uhr statt, die Mondfinsternis am 4. April um 14:01 Uhr.

 (4 Punkte) Wenn Mond und Erde kreisförmigen Bahnen folgen würden, wann hätte die Mondfinsternis stattfinden sollen? Ein Jahr dauert 365.256363 Tage und der siderische Monat 27.321661 Tage. Der siderische Monat beschreibt die mittlere Zeit zum Rückkehr des Mondes zum selben Stern.

Wir betrachten die ersten beiden Keplerschen Gesetze um ein genaueres Ergebnis zu erzielen. Aus diesen Gesetzen folgt die Keplersche Gleichung

(1) 
$$\frac{2\pi}{T}(t-t_0) = E - \epsilon \sin E.$$

Hier beschreibt T die Periode der Bahn,  $t_0$  die Zeit des erdnächsten Punktes (Perigäum) des Mondes bzw. des sonnennächsten Punktes (Perihel) der Erde und  $\epsilon$  die Exzentrizität der Bahn. Die exzentrische Anomalie E ist mithilfe des Polarwinkels  $\theta$  gegeben durch

(2) 
$$(1 - \epsilon) \tan^2 \frac{\theta}{2} = (1 + \epsilon) \tan^2 \frac{E}{2}.$$

Die Funktion  $\theta(t)$  kann analytisch nicht bestimmt werden. Die Korrektur zur kreisförmigen Bahn ist in unserem Fall allerdings nur von einer kleinen Exzentrizität  $\epsilon$  abhängig. Wir verwenden Störungstheorie und entwickeln komplizierte Formeln in Taylorreihen um einfachere, lösbare Ausdrücke zu bekommen.

Dazu nehmen wir zunächst an, dass die Funktionen  $\theta(\epsilon)$  und  $E(\epsilon)$  nur linear in  $\epsilon$  sind

(3) 
$$\theta(\epsilon) = \theta_0 + \epsilon \theta_1$$

$$(4) E(\epsilon) = E_0 + \epsilon E_1$$

2. (3 Punkte) Zeigen Sie mithilfe einer Taylorentwicklung von Gl.(2) zur nullten Ordnung und zur ersten Ordnung um  $\epsilon = 0$ , dass

$$\theta_0 = E_0,$$

$$\theta_1 = E_1 + \sin E_0.$$

3. (3 Punkte) Gehen Sie analog mit Gl.(1) vor und zeigen Sie

(7) 
$$\theta(t) = \frac{2\pi}{T}(t - t_0) + 2\epsilon \sin\left[\frac{2\pi}{T}(t - t_0)\right]$$

#### 1. Übung MM SS 2015

Gleichungen dieser Art können nur selbkonsistent für die Variable t gelöst werden.

- 4. (2 Punkte) Finden Sie die Gleichung, welche die Zeit t der Mondfinsternis bestimmt.
- 5. (2 Punkte) Die mittlere Exzentrizität der Mondbahn beträgt 0.0549, die der Erdbahn 0.0167. Das letzte Perihel der Erde fand am 4. Januar um 7:37 statt, das letzte Perigäum des Mondes am 19. März um 20:30. Bestaätigen Sie, dass die Vorhersage für die Mondfinsternis nach der Annahme der elliptischen Bahnen am 4. April um 13:27 stattfindet indem Sie die Zeit t in die Gleichung einsetzen. Dieser Zeitpunkt ist weniger als eine Stunde vom richtigen Zeitpunkt entfernt.
- 6. (2 Bonuspunkte) Ermitteln Sie die Zeit t aus einer graphischen Darstellung der Gleichung.

Hinweis: Die Uhr wurde am 29. März umgestellt!

Vorlesung: • Donnerstags 08–10 Uhr im EW 201

# Übungen:

Mo 10–12 Uhr EW 731, EW 229 Mo 14–16 Uhr EW 114, EW 229 Di 12–14 Uhr EW 229, EW 733 Di 16–18 Uhr EW 114, EW 229 Do 16–18 Uhr EW 731 Fr 10–12 Uhr EW 731

Scheinkriterien: • Mindestens 50% der Übungspunkte

- Bestandene Klausur
- Regelmäßige und aktive Teilnahme in den Tutorien

# Sprechzeiten:

Prof. Dr. Tobias Brandes	EW 744	Мо	13-14 Uhr	brandes@physik.tu-berlin.de
Dr. Javier Cerrillo	EW 705	Mi	11-12 Uhr	cerrillo@tu-berlin.de
Dr. Torben Winzer	EW 703	Mi	16-17 Uhr	t.winzer@mailbox.tu-berlin.de
Sina Böhling	EW 060	Mi	09-10 Uhr	sina.boehling@campus.tu-berlin.de
Samuel Brem	EW 060	Do	15-16 Uhr	samuel.brem@physik.tu-berlin.de
Henrik Kowalski	EW 060	Мо	16-17 Uhr	henrik@physik.tu-berlin.de
Jonas Rezacek	EW 060	Di	14-15 Uhr	rezacek@campus.tu-berlin.de

## Hinweise:

Die Übungsblätter werden bis Freitag 12 Uhr im Briefkasten des ER-Gebäudes abgegeben.

Weitere Informationen können auf der Vorlesungshomepage des Instituts für Theoretische Physik gefunden werden.