Prof. Dr. Sabine H. L. Klapp
Dr. Alice von der Heydt
Inst. f. Theoret. Physik, TU Berlin

Blatt 9

Abgabe: Do., 25.06.2015, 10:15 Uhr, in/vor der Vorlesung
Bitte Lösungen großzügig kommentieren und mit Namen versehen!

Aufgabe 22. *Mikroreversibilität* (15 Punkte)

Die Eigenschaft der *Mikroreversibilität* einer Gleichgewichtsverteilung $P^{\text{eq}}(x)$ lautet im eindimensionalen Fall

$$W(x';x)P^{\text{eq}}(x) = W(x;x')P^{\text{eq}}(x')\ \forall x, x',$$

wobei $W(x';x)$ die zeitunabhängige Übergangsrate von x nach x' ist.

a) Zeigen Sie, dass die kanonische Gleichgewichtsverteilung mit den Übergangsraten aus **Aufgabe 7.** Mikroreversibilität erfüllt.

b) Untersuchen Sie die stationäre Lösung aus **Aufgabe 11.b)** bezüglich Mikroreversibilität bzw. Gleichgewicht.

c) Zeigen Sie, dass Mikroreversibilität, in den zwei Formulierungen

$$\hat{L}_{\text{FP}}(x)\delta(x-x')P^{\text{eq}}(x') = \hat{L}_{\text{FP}}(x')\delta(x-x')P^{\text{eq}}(x) \tag{1}$$

$$J(x,t) = \left\{K^{(1)}(x) - \frac{\partial}{\partial x}K^{(2)}(x)\right\}P^{\text{eq}}(x) = 0, \tag{2}$$

(vgl. Vorlesung) genau dann gilt, wenn der Fokker-Planck-Operator $\hat{L}_{\text{FP}}(x)$ hermitesch ist im Hilbertraum $\mathcal{H}$ der Variablenfunktionen $A(x)$ mit dem Skalarprodukt

$$\langle A|B\rangle := \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}x \frac{A^*(x)B(x)}{P^{\text{eq}}(x)} = (\langle B|A\rangle)^*$$

(* komplexe Konjugation), also

$$\langle A|\hat{L}_{\text{FP}}B\rangle = \langle \hat{L}_{\text{FP}}A|B\rangle.$$

(Zu zeigen ist die Äquivalenz für beide Formulierungen.) Dabei soll angenommen werden, dass der Fokker-Planck-Operator zeitunabhängig ist und die Gleichgewichtsverteilung mit $P^{\text{eq}}(x) > 0\ \forall x$ existiert.