Prof. Dr. Andreas Knorr
Dr. Alexander Carmele
Dr. Florian Wendler

1. Übungsblatt – Theoretische Festkörperphysik I,II

Abgabe: Mo. 09.05.2016 bis 10:00 Uhr in der Übung
Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe soll in Zweiergruppen erfolgen.

Aufgabe 1 (20 Punkte): *Hamiltonfunktion für geladene Teilen im elektromagnetischen Feld*

Leiten Sie ausgehend von der Lagrangefunktion geladener Teilchen $L = \sum_i L_i$ mit

$$L_i = \frac{1}{2} m_i \dot{\mathbf{r}}_i^2 - q\ \phi(\mathbf{r}_i, t) + q\ \dot{\mathbf{r}}_i \cdot \mathbf{A}(\mathbf{r}_i, t) \tag{1}$$

die folgende Hamiltonfunktion her:

$$H = \sum_i \frac{p_i^2}{2m_i} - \sum_i \mathbf{d}_i \cdot \mathbf{E}(\mathbf{R_i}, t) - \sum_i \mathbf{m}_i \cdot \mathbf{B}(\mathbf{R_i}, t). \tag{2}$$

1. Starten Sie hierfür mit der Lagrangefunktion eines geladenen Teilchen L_i im elektromagnetischen Feld und stellen Sie sicher, dass die Euler-Lagrange-Gleichung auf die Lorentzkraft führt: $\mathbf{F} = m\ddot{\mathbf{r}} = q\,(\mathbf{E} + \dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{B})$.

2. Führen Sie nun eine neue Ortsvariable ein: $\mathbf{r}_i = \tilde{\mathbf{r}}_i + \mathbf{R}_i$, wobei $\tilde{\mathbf{r}}_i$ die kleine Verrückung um den Aufsatz $\mathbf{R}_i$ darstellt. Entwickeln Sie das skalare Potential $\phi(\mathbf{r}_i, t)$ und das Vektorpotential $\mathbf{A}(\mathbf{r}_i, t)$ bis zur 1. Ordnung in $\tilde{\mathbf{r}}_i$.

3. Nennen Sie nun die Verrückung $\tilde{\mathbf{r}}_i$ der Einfachheit halber wieder $\mathbf{r}_i$. Nutzen Sie die Eichfreiheit der Lagrangefunktion: $L_i' = L_i(\mathbf{r}_i, \dot{\mathbf{r}}_i, t) + \frac{d}{dt} F(\mathbf{r}_i, t)$ aus, und wählen Sie folgende Eichfunktion: $F(\mathbf{r}_i, t) = -q\ \mathbf{r}_i \cdot \mathbf{A}(\mathbf{R}_i, t) - (q/2)\mathbf{r}_i \cdot [\mathbf{r}_i \cdot \nabla_{\mathbf{R}_i} \mathbf{A}(\mathbf{R}_i, t)]$. Ihre umgeeichte Lagrangefunktion erhält die Form :

$$\begin{aligned} L_i' = &\frac{1}{2} m_i \mathbf{r}_i^2 - q\ \phi(\mathbf{R}_i, t) - q\mathbf{r}_i \nabla_{\mathbf{R}_i} \phi(\mathbf{R}_i, t) - q\mathbf{r}_i \partial_t \mathbf{A}(\mathbf{R}_i, t) \\ &+ \frac{q}{2} \dot{\mathbf{r}}_i \cdot [\mathbf{r}_i \cdot \nabla_{\mathbf{R}_i} \mathbf{A}(\mathbf{R}_i, t)] - \frac{q}{2} \mathbf{r}_i \cdot [\dot{\mathbf{r}}_i \cdot \nabla_{\mathbf{R}_i} \mathbf{A}(\mathbf{R}_i, t)]\,. \end{aligned} \tag{3}$$

   Es ist ein Term vernachlässigt worden. Diskutieren Sie seine Bedeutung.

4. Zeigen Sie, dass gilt: $\dot{\mathbf{r}} \cdot [\mathbf{r} \cdot \nabla_{\mathbf{R}} \mathbf{A}] - \mathbf{r} \cdot [\dot{\mathbf{r}} \cdot \nabla_{\mathbf{R}} \mathbf{A}] = (\mathbf{r} \times \dot{\mathbf{r}}) \cdot (\nabla \times \mathbf{A})$.

5. Mit den üblichen Relationen des longitudinalen und transveralen elektrischen Feldes und dem Dipolmoment $\mathbf{d} = q\mathbf{r}$ und dem magnitschen Moment $\mathbf{m} = \frac{q}{2} \mathbf{r} \times \dot{\mathbf{r}}$ lautet ihre Lagrangefunktion nun:

$$L_i' = \frac{1}{2} m_i \mathbf{r}_i^2 - q\ \phi(\mathbf{R}_i, t) + \mathbf{d}_i \cdot \mathbf{E}(\mathbf{R}_i, t) + \mathbf{m}_i \cdot \mathbf{B}(\mathbf{R}_i, t). \tag{4}$$

   Führen Sie nun die Standard-Legendre Transformation durch, um zur Hamiltonfunktion in minimaler Kopplung zu kommen.

Vorlesung:	• Dienstag 8:15 Uhr – 10:00 Uhr im EW 203 • Donnerstag 8:15 Uhr – 10:00 Uhr im EW 203
Übung:	• Mo 10:15-11:45 EW 731
Scheinkriterien:	• Mindestens 60% der Übungspunkte.
Zettel:	• Ausgabe: Montags in der Übung. • Abgabe: 14 Tage später in der Übung . • Abgabe der Übungszettel in 2- oder 3-er Gruppen!
Sprechzeiten:	• Prof. Dr. Andreas Knorr: Di, 13–14 Uhr im EW 742 • Dr. Alexander Carmele : Fr, 10–11 Uhr im EW 704
Literatur	• Ashcroft, Mermin: Festkörperphysik (Oldenbourg) • Czycholl: Theoretische Festkörperphysik (Springer) • Haken: Quantenfeldtheorie des Festkörpers (Teubner) • Haug, Koch: Quantum theory of the optical and electronic properties of semiconductors (World Scientific) • Ibach, Lüth: Festkörperphysik (Springer) • Jäger, Valenta: Festkörpertheorie (Wiley) • Kittel: Quantenfeldtheorie des Festkörpers (Oldenbourg) • Rössler: Solid State Theory (Springer) • Scherz: Quantenmechanik (Teubner) • Ziman: Prinzipien der Festkörpertheorie (Deutsch)