

Prof. Dr. Sabine H. L. Klapp  
 Dr. Alice von der Heydt  
 Inst. für Theoret. Physik, TU Berlin

## Blatt 2

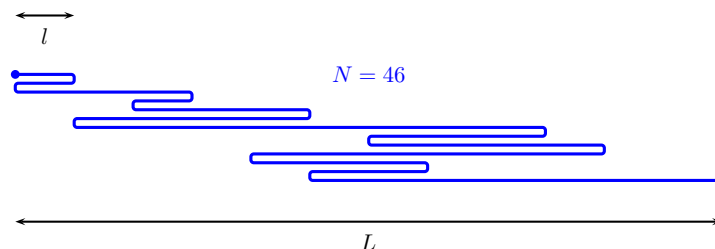
Abgabe Do., 12.05.2016, 14:15 Uhr,  
 vor der Vorlesung  
 Lösungen bitte großzügig kommentiert und mit Namen abgeben!

### Aufgabe 4. Abweichungen vom Mittel und Thermodynamischer Limes (3 Punkte)

In einem quaderförmigen Kasten befinden sich  $N = 10^{23}$  nichtwechselwirkende Gas-Atome. Jedes Gas-Atom hält sich mit gleicher Wahrscheinlichkeit in der linken bzw. rechten Kastenhälfte auf ( $p_l = p_r = \frac{1}{2}$ ). Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich die Anzahlen der Gas-Atome in den beiden Kastenhälften um weniger als  $10^{-9}\%$  (bezogen auf die Gesamtteilchenzahl) unterscheiden?

### Aufgabe 5. Boltzmann-Entropie für ein Gummiband-Modell (6 Punkte)

Betrachten Sie eine eindimensionale Kette aus  $N$  Segmenten der Länge  $l$ , von denen jedes mit gleicher Wahrscheinlichkeit nach rechts oder links gerichtet sein kann (bezüglich eines beliebig gewählten Startpunkts bzw. beliebiger Laufrichtung entlang der Kette). Die Anzahl der nach rechts gerichteten Segmente sei  $n_+$ , die der nach links gerichteten  $n_-$ .



- Berechnen Sie die Anzahl  $\Omega_N(L)$  der möglichen Konfigurationen mit Länge (Distanz zwischen Start- und Endpunkt)  $L$ .
- Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit  $P_N(L)$  einer Konfiguration mit Länge  $L$ .
- Berechnen Sie die Entropie  $S$  der Kette als Funktion von  $L$ , und geben Sie mit Hilfe der Stirling-Formel  $\ln N! \sim N \ln N$  eine Näherung im Fall  $N \gg 1$  an.

### Aufgabe 6. Informationsentropie (5 Punkte)

Aus der Informationsentropie einer diskreten Wahrscheinlichkeitsverteilung  $\{p_i\}_{i=1}^M$ ,

$$\tilde{S} = -k_B \sum_{i=1}^M p_i \ln p_i,$$

können Sie mit Hilfe des Prinzips maximaler Entropie unter gegebenen Nebenbedingungen Gleichgewichtsverteilungen ableiten. Gegeben sei eine größere Anzahl von gleichartigen Kugeln, auf die jeweils eine Ziffer zwischen 1 und 6 aufgedruckt ist;  $\mu = 2.5$  sei der Mittelwert der aufgedruckten Zahlen. Wie groß schätzen Sie nach dem Prinzip der maximalen Entropie die Wahrscheinlichkeiten (relativen Häufigkeiten) der Zahlen 1 bis 6?

Bitte wenden!

**Aufgabe 7. Prinzip der maximalen Entropie im großkanonischen Ensemble****(6 Punkte)**

Für eine kontinuierliche (Phasenraum-) Wahrscheinlichkeitsdichte  $\varrho(\Gamma)$  wird der Ausdruck für die Informationsentropie  $\tilde{S}$  verallgemeinert zu

$$\tilde{S} = -k_B \int d\Gamma \varrho(\Gamma) \ln \varrho(\Gamma).$$

Leiten Sie die Gleichgewichts-Wahrscheinlichkeitsdichte  $\varrho_G(\Gamma)$  des großkanonischen Ensembles aus der Maximierung von  $\tilde{S}$  unter den Nebenbedingungen vorgegebener mittlerer Gesamtenergie  $E$  und mittlerer Teilchenzahl  $N$  (und der Normierung von  $\varrho_G$ ) her.

- **Vorlesung:** Di 10–12 Uhr, Do 14:15–16 Uhr, in **EW 202**
- **Übung/Tutorium:** Di 16–18 Uhr, in **EW 229**
- **Kriterien für den Scheinerwerb:** 50% der Punkte für die schriftlichen Übungsaufgaben (Abgabe in Zweier- bis Dreiergruppen) und regelmäßige, aktive Teilnahme am Tutorium
- **Literatur:**
  - \* F. Schwabl, *Statistische Mechanik* (Springer, Berlin, 2006)
  - \* M. Plischke, B. Bergersen, *Equilibrium Statistical Physics* (3rd ed., World Scientific, 2006)
  - \* K. Huang, *Thermodynamics and Statistical Mechanics* (2nd ed., Wiley, 1987)
  - \* P. M. Chaikin, T. C. Lubensky, *Principles of Condensed Matter Physics* (Cambridge University Press, Cambridge, 1995)
  - \* N. Goldenfeld, *Lectures on Phase Transitions and the Renormalization Group* (Westview Press, 1992)
  - \* H. E. Stanley, *Introduction to Phase Transitions and Critical Phenomena* (Oxford University Press, 1971, 1987)
  - \* L. P. Kadanoff, *Statistical Physics: Statics, Dynamics and Renormalization* (World Scientific, 2000)
  - \* J. W. Negele, H. Orland, *Quantum Many-Particle Systems* (Westview Press, 1988, 1998)