

Prof. Dr. Andreas Knorr
 Dr. Alexander Carmele
 Dr. Florian Wendler

7. Übungsblatt – Theoretische Festkörperphysik I,II

Abgabe: Mo. 20.06.2016 bis 10:00 Uhr in der Übung

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe soll in Zweiergruppen erfolgen.

Aufgabe 8 (16 Punkte): Blochgleichungen: Korrelationsentwicklung + Hartree-Fock-Faktorisierung

(i) Leiten Sie ausgehend vom Hamiltonoperator (siehe VL):

$$(1) \quad H = \sum_{\lambda k} \epsilon_{\lambda k} a_{\lambda k}^\dagger a_{\lambda k} + \sum_{qj} \hbar \omega_j(q) b_{qj}^\dagger b_{qj} + \sum_{\lambda, k, q, j} D_{qj} (b_{-q, j}^\dagger + b_{q, j}) a_{\lambda k + q}^\dagger a_{\lambda k}.$$

mithilfe von Heisenbergs Bewegungsgleichung $\langle \dot{A} \rangle = \frac{i}{\hbar} \langle [H, A]_- \rangle$ die Gleichung für die mikroskopische Dichten $\rho_k^\lambda \equiv \langle a_{\lambda k}^\dagger a_{\lambda k} \rangle$ ($\lambda \in c, v$) eines zwei-Band-Systems her:

$$(2) \quad i\hbar \dot{\rho}_k^\lambda = \sum_{qj} D_{qj} [S_{qj}^{\lambda k, \lambda k - q} - S_{qj}^{\lambda k + q, \lambda k} + T_{-qj}^{\lambda k, \lambda k - q} - T_{-qj}^{\lambda k + q, \lambda k}],$$

wobei $S_{qj}^{\lambda_1 k_1, \lambda_2 k_2} \equiv \langle b_{qj} a_{\lambda_1 k_1}^\dagger a_{\lambda_2 k_2} \rangle$ und $T_{-qj}^{\lambda_1 k_1, \lambda_2 k_2} \equiv \langle b_{-qj}^\dagger a_{\lambda_1 k_1}^\dagger a_{\lambda_2 k_2} \rangle$ jeweils einfach assistierte elektronische Größen mit einem Phonon-Vernichter bzw. Erzeuger sind.

(ii) Bestimmen Sie nun die Bewegungsgleichungen für die Größen $S_{-qj}^{\lambda k_1, \lambda k_2}$ und $T_{-qj}^{\lambda k_1, \lambda k_2}$.

(iii) Wenden Sie nun bei den auftretenden 4er Termen aus Elektron- und Photon-Operatoren die Korrelationsentwicklung an. Zeigen Sie ausgehend von der vollen Faktorisierung, dass $\langle a_{\lambda k}^\dagger a_{\lambda' k'} b_{qj}^\dagger b_{q' j'} \rangle \approx \langle a_{\lambda k}^\dagger a_{\lambda' k'} \rangle \langle b_{qj}^\dagger b_{q' j'} \rangle \delta_{kk'} \delta_{jj'} \delta_{qq'}$. Benutzen Sie dazu, dass sich keine kohärenten Phononen im System befinden, also $\langle b_{qj}^\dagger \rangle = \langle b_{qj} \rangle = 0$ und, dass das System räumlich homogen angeregt wurde $\langle a_{\lambda k}^\dagger a_{\lambda' k'} \rangle = \langle a_{\lambda k}^\dagger a_{\lambda' k'} \rangle \delta_{kk'}$.

(iv) Unter Anwendung der Hartree-Fock-Faktorisierung aus Aufgabe (2) und der Homogenitätsannahme erhalten Sie das gewünschte Ergebnis:

$$(3) \quad i\hbar \dot{S}_{qj}^{\lambda k_1, \lambda k_2} = [\epsilon_{\lambda k_2} - \epsilon_{\lambda k_1} + \hbar \omega_j(q)] S_{qj}^{\lambda k_1, \lambda k_2} + D_{-qj} \delta_{k_2 - k_1, q} \sum_{\lambda'} [(n_{qj} + 1) \sigma_{k_1}^{\lambda \lambda'} (\delta_{\lambda', \lambda} - \sigma_{k_2}^{\lambda' \lambda}) - n_{qj} \sigma_{k_2}^{\lambda' \lambda} (\delta_{\lambda', \lambda} - \sigma_{k_1}^{\lambda \lambda'})],$$

wobei $n_{qj} \equiv \langle b_{qj}^\dagger b_{qj} \rangle$ die mittlere Phononzahl in der Mode qj ist und $\sigma_k^{\lambda \lambda'} \equiv \langle a_{\lambda k}^\dagger a_{\lambda' k} \rangle$ entweder eine Teilchendichte oder Polarisation darstellen.

(v) Diskutieren Sie die Gleichungen.

Bitte Rückseite beachten! →

7. Übung TPVI SS2016

Aufgabe 9 (4 Punkte): Boltzmann-Gleichung und Detailed Balance

Betrachten Sie die Markov'sche Boltzmann-Gleichung des Einband-Modells (siehe VL).

$$(4) \quad \dot{\rho}_k = -\Gamma^{\text{out}} \rho_k + \Gamma^{\text{in}}(1 - \rho_k).$$

1. Formulieren Sie diese Gleichung unter der Annahme, dass sich das System im Gleichgewicht befindet. Setzen Sie entsprechend die geeignete Verteilungsfunktion für die elektronischen Dichten $\rho_k = \sigma_k^{\lambda\lambda} = \langle a_{\lambda k}^\dagger a_{\lambda k} \rangle$ ein.
2. Leiten Sie daraus das Verhältnis der Ein- und Ausstreu-Raten $\Gamma^{\text{in}}/\Gamma^{\text{out}}$ her (Detailed Balance).

Vorlesung:

- Dienstag 8:15 Uhr – 10:00 Uhr im EW 203
- Donnerstag 8:15 Uhr – 10:00 Uhr im EW 203

Übung:

- Mo 10:15-11:45 EW 731

Scheinkriterien: • Mindestens 60% der Übungspunkte.

Zettel:

- Ausgabe: Montags in der Übung.
- Abgabe: 14 Tage später in der Übung .
- Abgabe der Übungszettel in 2- oder 3-er Gruppen!

Sprechzeiten:

- Prof. Dr. Andreas Knorr: Di, 13–14 Uhr im EW 742
- Dr. Alexander Carmele : Fr, 10–11 Uhr im EW 704
- Dr. Florian Wendler : Mo, 12–13 Uhr im ER 221

Literatur

- Ashcroft, Mermin: Festkörperphysik (Oldenbourg)
- Czycholl: Theoretische Festkörperphysik (Springer)
- Haken: Quantenfeldtheorie des Festkörpers (Teubner)
- Haug, Koch: Quantum theory of the optical and electronic properties of semiconductors (World Scientific)
- Ibach, Lüth: Festkörperphysik (Springer)
- Jäger, Valenta: Festkörpertheorie (Wiley)
- Kittel: Quantenfeldtheorie des Festkörpers (Oldenbourg)
- Rössler: Solid State Theory (Springer)
- Scherz: Quantenmechanik (Teubner)
- Ziman: Prinzipien der Festkörpertheorie (Deutsch)