8.2 Die Grundstruktur der Quantentheorie

Die Information über ein physikalisches System (wir beziehen uns im Folgenden auf quantenphysikalische Systeme) wird durch Vektoren eines Hilbertraums repräsentiert. Dieser Hilbertraum ist der Zustandsraum der Quantentheorie. Für die Zustandsvektoren gilt das **Superpositionsprinzip**, die additive Überlagerung von Zustandsvektoren.

Messoperationen, beispielsweise Impulsmessung, Ortsmessung, Drehimpulsmessung werden durch **selbstadjungierte lineare Operatoren** repräsentiert. Sie werden als „**Observable**“ bezeichnet.
Ihr Definitionsbereich liegt „dicht“ im Hilbertraum. (Jeder Hilbertraumvektor lässt sich als Limes einer konvergenten Folge von Elementen erhalten, die im Definitionsbereich des in Frage kommenden Operators liegen.)

Ein Operator A* heißt adjungiert zum Operator A, wenn

$\langle A^*\psi , \varphi\rangle = \langle \psi , A\varphi \rangle$ für alle Hilbertraumvektoren ψ, φ aus dem Definitionsbereich von A.

Ein Operator A heißt selbstadjungiert, falls

$$A^* = A$$

Adjunktion bedeutet bei einer Matrix das Transponieren („Spiegelung“ der Elemente der Matrix an der Hauptdiagonale) und Übergang zum komplex Konjugierten.

Viele Operatoren lassen sich bezüglich einer ausgewählten Basis des Hilbertraums als Matrizen darstellen. (Eine Basis im Hilbertraum ist eine Untermenge von Elementen, durch deren Kombination jedes beliebige Element des Hilbertraums approximiert werden kann.)

Physikalisch hat die Adjunktion mit Zeitumkehr zu tun. In den dynamischen Gleichungen der Quantenmechanik tritt die Zeitvariable t in Kombination mit der imaginären Einheit i auf. Aus $i \cdot t$ wird dann $-i \cdot t$.

Die Menge der beschränkten selbstadjungierten linearen Operatoren auf dem Hilbertraum bilden mit der Hintereinanderausführung der Anwendung auf einen Vektor eine **nichtkommutative Algebra, die Observablenalgebra**.

Der Erwartungswert (Messwert) eines Operators A in einem System, das sich im Zustand ψ befindet, wird durch das folgende Skalarprodukt definiert:

(36) $\langle \psi , A \psi \rangle$

Selbstadjungierte Operatoren haben reelles Spektrum. Ihr Erwartungswert ist entsprechend eine reelle Zahl.

Die beschränkten linearen Operatoren $\mathcal{L}(\mathcal{H})$ auf einem Hilbertraum $\mathcal{H}$ bilden mit der Adjunktion eine involutive Algebra (*-Algebra).

Eine Verallgemeinerung der Matrixalgebra ist das Konzept einer **von Neumann-Algebra**, ein für die Quantentheorie kräftiges mathematisches Werkzeug [59].

Eine von Neumann Algebra $\mathcal{M}$ ist eine *-Unteralgebra von $\mathcal{L}(\mathcal{H})$, falls

(37) $\mathcal{M} = \mathcal{M}''$

Die Kommutante $\mathcal{A}'$ einer Untermenge $\mathcal{A}$ von $\mathcal{L}(\mathcal{H})$ ist die Menge der Operatoren (und ihrer Adjungierten) aus $\mathcal{L}(\mathcal{H})$, die mit allen Operatoren aus $\mathcal{A}$ vertauschen. Die Grundlage der Definition einer von Neumann-Algebra ist die erstaunliche Beobachtung $\mathcal{A}' = \mathcal{A}'''$. Mit $\mathcal{M} = \mathcal{A}'$ gilt dann (37). Der tragende Rahmen dieses mathematischen Zugangs ist das Spiel von Nichtvertauschbarkeit und Vertauschbarkeit.

[59] Artikel Nr. 430 zum Stichwort "Von Neumann Algebras" in "Encyclopedic Dictionary of Mathematics" by the Mathematical Society of Japan, The MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 1977. Eine knappe und präzise Darstellung.

Spezialliteratur: Masamichi Takesaki: "Theory of Operator Algebras", Springer-Verlag, New York, Volume I, 1979; Volume II, 2003.
Jacques Dixmier: "Von Neumann Algebras", North-Holland, Amsterdam, 1969.

Die Struktur einer von Neumann-Algebra lässt sich abstrakt, ohne Bezug zu einem Hilbertraum definieren. Diese abstrakte Algebra heißt W*-Algebra. Umgekehrt lässt sich mittels einer Standardkonstruktion aus der abstrakten W*-Algebra eine von Neumann-Algebra über einem Hilbertraum gewinnen.

Wir betrachten eine abstrakte W*-Algebra und wählen uns eine maximal abelsche (bei der Multiplikation vertauschen alle Operatoren) W*-Unteralgebra. Zu dieser Unteralgebra lässt sich kanonisch ein Raum konstruieren. Eine abelsche Operatorenalgebra beschreibt klassische Physik. Passenderweise hält sie einen Raumbegriff bereit.

Bezogen auf die raum-zeitliche Ebene der klassischen Physik findet die quantentheoretische Beschreibung auf einer „Meta-Ebene“ statt. Auf dieser Meta-Ebene ist die **Dynamik der ψ-Funktion**, wie sie beispielsweise durch die Schrödinger-Gleichung bestimmt wird, **deterministisch**!

Für einen geeigneten Vektor ψ des Hilbertraums $\mathcal{H}$ einer von Neumann-Algebra $\mathcal{M}$ lässt sich eine modulare Konjugation S_ψ definieren, welche die Nichtkommutativität der Algebra „misst“.

(38) $$S_\psi : \quad x\psi \rightarrow x^*\psi \qquad \text{für alle } x \in \mathcal{M}$$

$$S_\psi\, (x \cdot y)\, \psi \;=\; (x \cdot y)^*\psi \;=\; (y^* \cdot x^*)\, \psi$$

Für selbstadjungierte $x, y \in \mathcal{M}$, $x^* = x$, $y^* = y$, vertauscht S_ψ die Reihenfolge der Faktoren im Operatorenprodukt:

$$S_\psi\, (x \cdot y)\, \psi \;=\; (y \cdot x)\, \psi$$

Die „polare“ Zerlegung der modularen Konjugation S_ψ ergibt einen modularen, positiven Operator Δ_ψ und eine antiunitäre Involution J_ψ (ähnlich wie bei der Zerlegung einer komplexen Zahl in Radialteil r und imaginären Winkelteil, $z = e^{i\varphi} \cdot r$):

(39) $$S_\psi \;=\; J_\psi\, \Delta_\psi^{1/2}.$$

Es gilt: $S_\psi^* \cdot S_\psi = \Delta_\psi$.

Die hier vorgestellte Mathematik wurde ab der 1960er Jahre durch die japanischen Mathematiker M. Tomita und M. Takesaki initiiert und international weiterentwickelt. Diese Tomita-Takesaki-Theorie wurde beispielsweise für das Modell eines idealen Quantengases im thermischen Gleichgewicht eingesetzt. Der Energieoperator H des Systems (Hamiltonoperator) beschreibt das zeitliche Verhalten des Gases. Zugleich erzeugt der Logarithmus des modularen Operators eine Dynamik des Systems. Im thermischen Gleichgewicht ψ besteht zwischen beiden Operatoren die folgende Beziehung:

(40) $$H = - kT \log \Delta_\psi$$

Damit haben wir einen Zusammenhang zwischen der Wärmebewegung im Quantengas und der Nichtkommutativität des Systems! Die Temperatur ist die Proportionalitätskonstante zwischen Quantenfluktuationen und Wärmebewegung.

Zur gleichzeitigen Verknüpfung der Nichtkommutativität mit einem Übergang von einem Zustand φ zu einem andern Zustand ψ benutzen wir eine relative modulare Konjugation $S_{\varphi,\psi}$.

(41) $S_{\varphi,\psi}: \; x\psi \;\rightarrow\; x^*\varphi \quad$ für alle $x \in \mathcal{M}$

Daraus lässt sich der relative modulare Operator bilden:

(42) $\Delta_{\varphi,\psi} \;=\; S_{\varphi,\psi}^{\;*} \cdot S_{\varphi,\psi}$

Damit haben wir ein mathematisches Werkzeug, einen Operator der relativen Entropie zu definieren [60]:

(43) $R(\varphi, \psi) \;=\; -\log \Delta_{\varphi,\psi} + \log \Delta_{\psi}$

Das ermöglicht eine **abstrakte Formulierung des 2. Hauptsatzes**:
Ein Zustand ψ kann sich in einen Zustand φ genau dann spontan (d. h. ohne Netto-Zufuhr von Energie) umwandeln, wenn der Operator der relativen Entropie R(φ, ψ) positiv ist.

Der Erwartungswert $\langle \psi, R(\varphi, \psi)\, \psi \rangle$ hat die gewohnten Eigenschaften einer relativen Entropie.

[60] Eberhard E. Müller: "Note on relative entropy and thermodynamical limit". Helvetica Physica Acta 58 (1985), S. 622 ff.
Diesem Paper können mathematisch-technische Einzelheiten zur Definition (43) entnommen werden.

8.3 Heisenbergsche Unschärferelation

Aus der Vertauschungsrelation (33) lässt sich die Heisenbergsche Unschärferelation berechnen.
Wir betrachten zwei Observable **A**, **B**, also zwei lineare selbstadjungierte Operatoren auf einem Hilbertraum.
Mit einem Hilbertraumvektor ψ, der im Definitionsraum der beiden Operatoren, wie auch im Definitionsraum der Produkte und der Quadrate der beiden Operatoren liegt, bilden wir mit dem Skalarprodukt Erwartungswerte.

Das Quadrat der Unschärfe einer Observablen **A** ist die Varianz:

$$\sigma_A^2 = \langle \psi , (\mathbf{A} - \langle \psi , \mathbf{A}\psi \rangle \ \mathbf{Id})^2 \psi \rangle \ .$$

$$\sigma_A^2 \ \sigma_B^2$$

$$= \langle (\mathbf{A} - \langle\psi , \mathbf{A}\psi\rangle \ \mathbf{Id}) \psi , (\mathbf{A} - \langle\psi , \mathbf{A}\psi\rangle \ \mathbf{Id}) \psi \rangle \cdot \langle (\mathbf{B} - \langle\psi , \mathbf{B}\psi\rangle \ \mathbf{Id})\psi , (\mathbf{B} - \langle\psi , \mathbf{B}\psi\rangle \ \mathbf{Id}) \psi \rangle$$

$$\geq | \langle (\mathbf{A} - \langle\psi , \mathbf{A}\psi\rangle \ \mathbf{Id}) \psi , (\mathbf{B} - \langle\psi , \mathbf{B}\psi\rangle \ \mathbf{Id}) \psi \rangle |^2 \qquad \text{Cauchy-Schwarzsche Ungleichung}$$

$$\geq [\frac{1}{2i} (\langle (\mathbf{A} - \langle\psi , \mathbf{A}\psi\rangle \ \mathbf{Id}) \psi , (\mathbf{B} - \langle\psi , \mathbf{B}\psi\rangle \ \mathbf{Id}) \psi \rangle -$$
$$- \langle (\mathbf{B} - \langle\psi , \mathbf{B}\psi\rangle \ \mathbf{Id}) \psi , (\mathbf{A} - \langle\psi , \mathbf{A}\psi\rangle \ \mathbf{Id}) \psi \rangle)]^2$$

Die letzte Ungleichung besagt, dass das Quadrat des Imaginäranteils einer komplexen Zahl $z = x + i\,y$ größer ist als das Betragsquadrat von z: $|z|^2 = z\,\overline{z} = (x + iy)\,(x - iy) = x^2 + y^2 \geq y^2$; $y = \frac{1}{2i}\,(z - \overline{z})$.
$\overline{z} = \overline{x + i\,y} = x - i\,y$. Der Überstrich bedeutet das komplex Konjugierte von z.
(Beachte die Komplexkonjugation bei der Vertauschung der Faktoren im Skalarprodukt.)

rechte Seite der letzten Ungleichung

$$= \Big[\frac{1}{2i} \big(\langle \mathbf{A}\psi , \mathbf{B}\psi \rangle - \langle \psi, \mathbf{B}\psi \rangle \langle \psi, \mathbf{A}\psi \rangle - \langle \psi, \mathbf{A}\psi \rangle \langle \psi, \mathbf{B}\psi \rangle + \langle \psi, \mathbf{A}\psi \rangle \langle \psi, \mathbf{B}\psi \rangle$$

$$- \langle \mathbf{B}\psi , \mathbf{A}\psi \rangle + \langle \psi, \mathbf{A}\psi \rangle \langle \psi, \mathbf{B}\psi \rangle + \langle \psi, \mathbf{B}\psi \rangle \langle \psi, \mathbf{A}\psi \rangle - \langle \psi, \mathbf{B}\psi \rangle \langle \psi, \mathbf{A}\psi \rangle \big) \Big]^2$$

$$= \Big[\frac{1}{2i} \big(\langle \mathbf{A}\psi , \mathbf{B}\psi \rangle - \langle \mathbf{B}\psi , \mathbf{A}\psi \rangle \big) \Big]^2$$

$$= \Big[\frac{1}{2i} \langle \psi , (\mathbf{A\,B} - \mathbf{B\,A})\,\psi \rangle \Big]^2$$

Damit haben wir eine Beziehung für die Unschärfen zweier Observablen **A**, **B** :

$$\sigma_A \cdot \sigma_B \;\geq\; \frac{1}{2i} \langle \psi , (\mathbf{A\,B} - \mathbf{B\,A})\,\psi \rangle$$

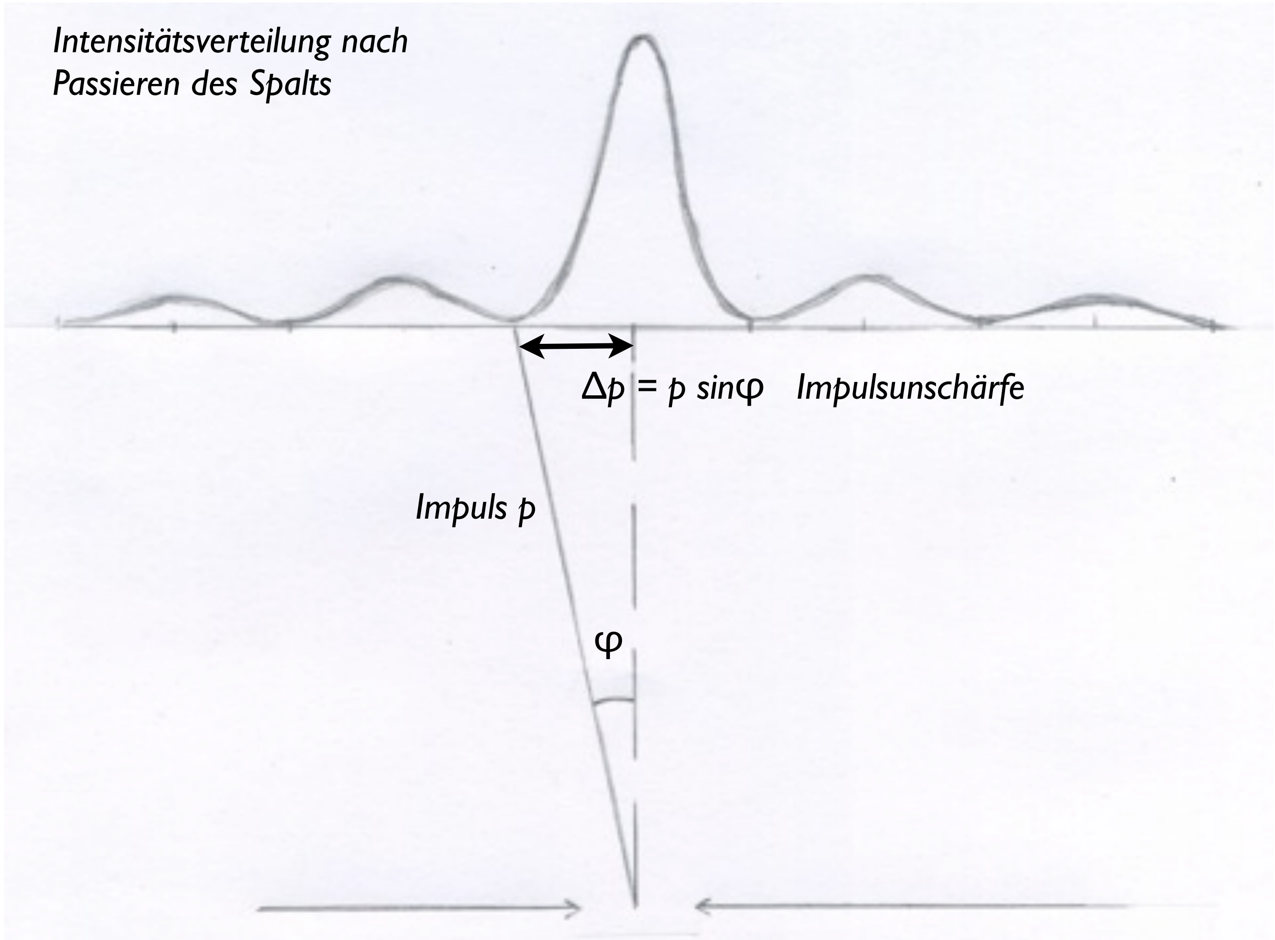
Aus der Heisenbergschen Vertauschungsrelation (33) folgt die Heisenbergsche Unschärferelation:

$$(44) \qquad \Delta p \, \Delta q \;\geq\; \frac{1}{2i} \langle \psi , (\mathbf{P\,Q - Q\,P}) \psi \rangle \;=\; \frac{h}{4\pi}$$

In der Quantenmechanik können Ort und Impuls nicht gleichzeitig scharf sein. Ist der Ort scharf, dann ist der Impuls völlig unbestimmt. Ist der Impuls scharf, ist der Ort komplett unbestimmt. In der Quantenmechanik geht der Bahnbegriff der Newtonschen Mechanik verloren.

Die Heisenbergsche Unschärferelation folgt aus der Grundstruktur der Quantenmechanik. Sie ist keine Folge eines Messprozesses. Auch wenn Heisenberg ursprünglich durch ein grundsätzliches Gedankenexperiment zur Ortsmessung eines Elementarteilchens durch ein γ-Strahlen-Mikroskop die Unschärferelation gefunden hat. Er wollte die Paradoxie verstehen, dass die Spur eines Elektrons in der Nebelkammer (ein „Kondensstreifen“) sichtbar ist, obwohl der Bahnbegriff des Elektrons abhanden gekommen ist.

„Heisenberg-Mikroskop“:
Unschärfe beim Messvorgang



Spaltbreite d

Beugung am Spalt: Interferieren Lichtstrahlen mit einem Gangunterschied einer halben Wellenlänge ($\lambda/2$), kommt es zur Auslöschung:

$\sin \varphi = \lambda/d$

$p = h/\lambda$ (Licht oder Materie als Welle)

$\Delta p/p = \lambda/d$

$\Delta p \cdot d = p \cdot \lambda = (h/\lambda) \cdot \lambda = h$

Nehmen wir d als Ortsunschärfe Δx,
dann folgt $\Delta p \, \Delta x \geq h$.

Sichtweisen zur Unschärferelation

Heisenberg berichtet C. F. v. Weizsäcker im April 1927 bei einer Taxifahrt in Berlin von der Unbestimmtheitsrelation. Er sagt zu ihm: „Ich glaub‘, ich hab‘ das Kausalgesetz widerlegt“ [61].

Auf den Stellenwert der Kausalität werden wir im nächsten Kapitel „Zur Interpretation der Quantentheorie“ zurückkommen.

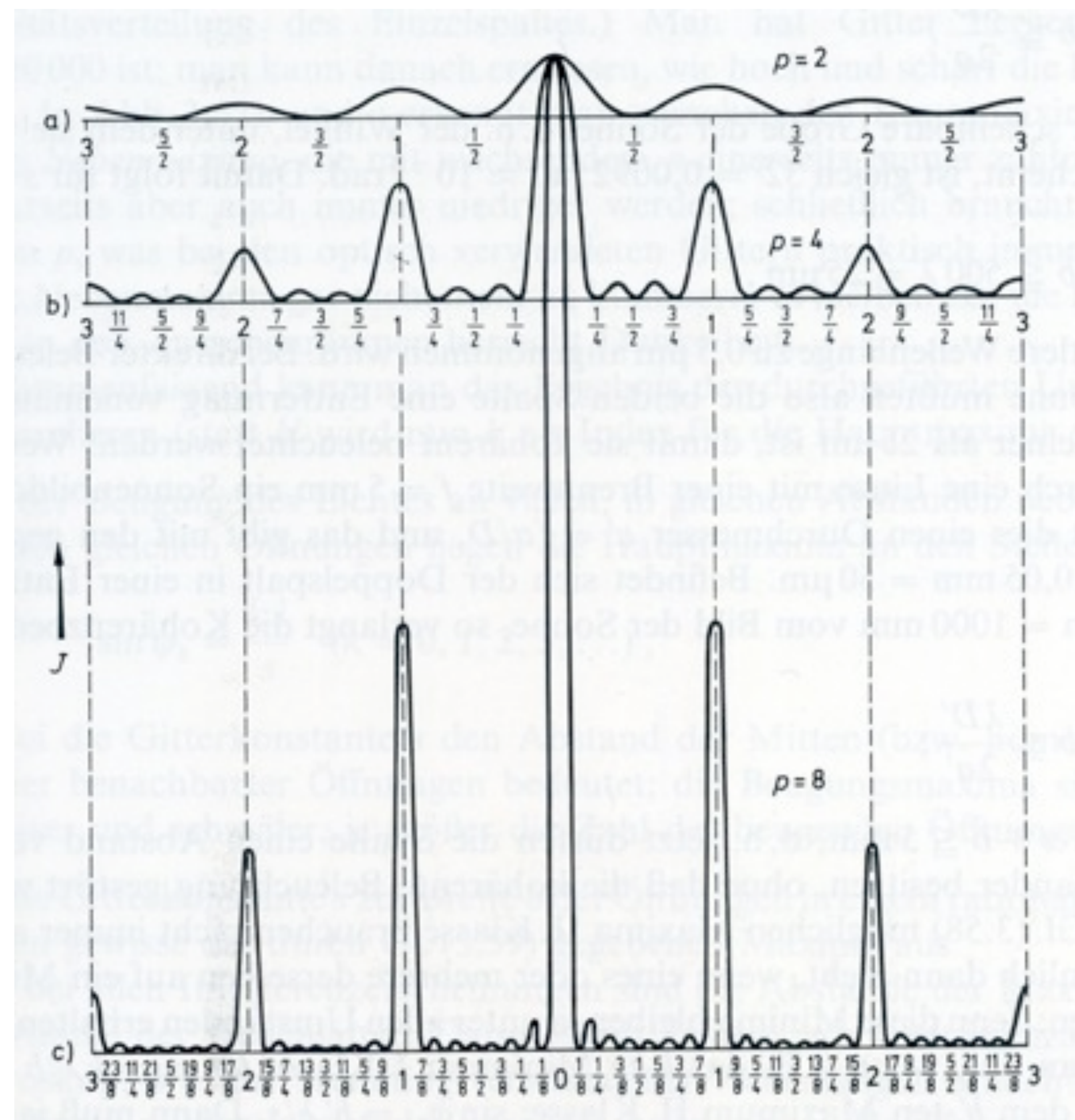
Mit Blick auf die Evolution des Kosmos seit dem Beginn der kosmischen Hintergrundstahlung (Messungen des Planck-Weltraumteleskops 2013) zieht der Astrophysiker Viatcheslav Mukhanov den Schluss:
„Wir alle entstanden aus Quantenfluktuationen“ [62]. Es geht um die „kleinen“ Temperaturfluktuationen der kosmischen Hintergrundstrahlung, die von der scharfen Planck-Verteilung abweichen. Diese Fluktuationen haben die kosmische Evolution in Gang gesetzt. Gleichung (40) ist die Brücke zwischen den Temperaturfluktuationen und den Quantenfluktuationen der Hintergrundstrahlung. Die Quantenfluktuationen sind Ausdruck der Nicht-Kommutativität im Photonengas und damit Ausdruck der Unschärferelation.

[61] In Carl Friedrich von Weizsäcker: „Physik und die Dinge, die etwas bedeuten“. Frankfurter Allgemeine Zeitung v. 13.08.1983, Ereignisse und Gestalten.

[62] Anlässlich des Jubiläums 100 Jahre Allgemeine Relativitätstheorie schloss Prof. Dr. Viatcheslav Mukhanov im Max-von-Laue-Kolloquium der Humboldt-Universität zu Berlin am 29. Oktober 2015 seinen Vortrag "The Quantum Universe" mit dem Satz:
"We all originated from quantum fluctuations."

8.4 Superposition, Kohärenz, Interferenz

Intensitätsverteilung bei der Beugung durch 2, 4, 8 Spalte.



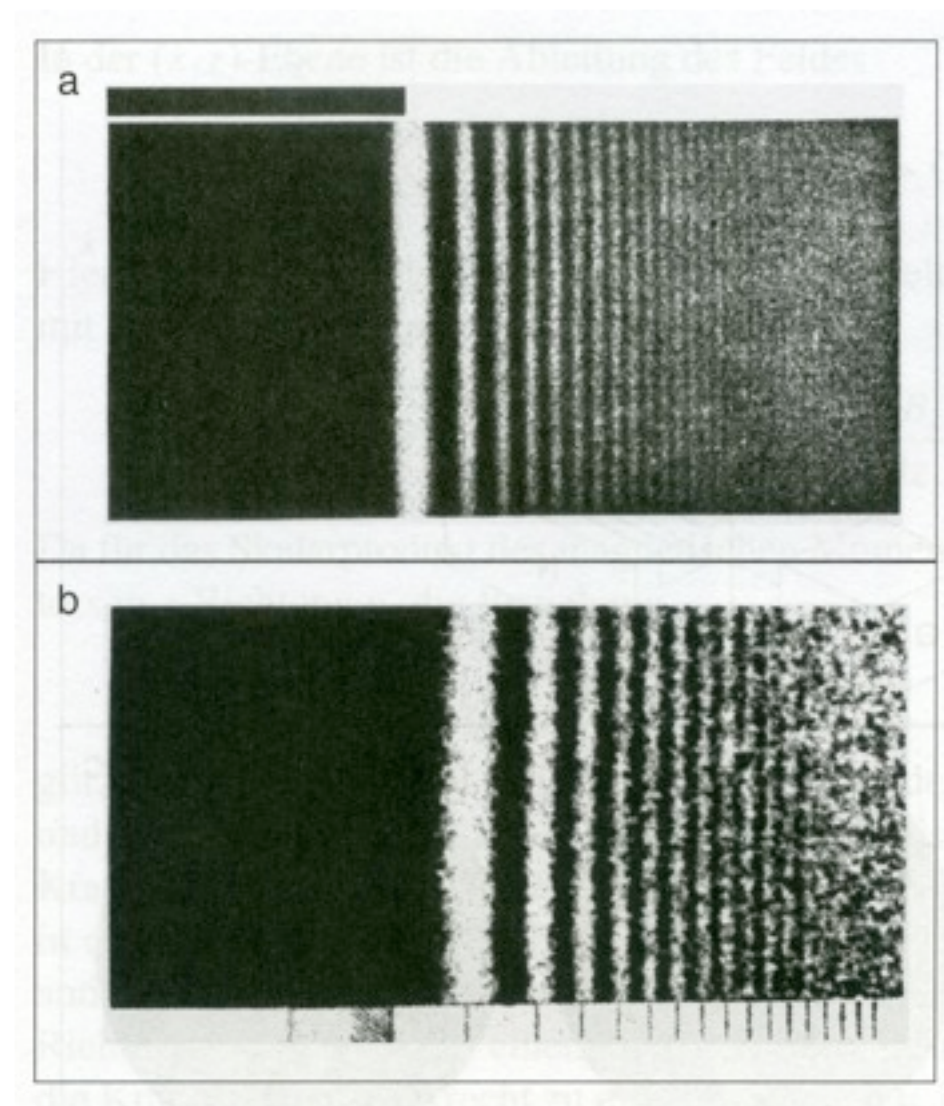
Bergmann-Schaefer: „Optik“, S. 379.

Elektroneninterferenzen
am Biprisma,
durchgeführt
von Möllenstedt
und Düker
1956 an der
Universität Tübingen
[63].

(Bergmann-Schaefer: „Optik", S. 1020.)

[63] G. Möllenstedt, H. Düker: Zeitschrift für Physik 44 (1956), S. 377.

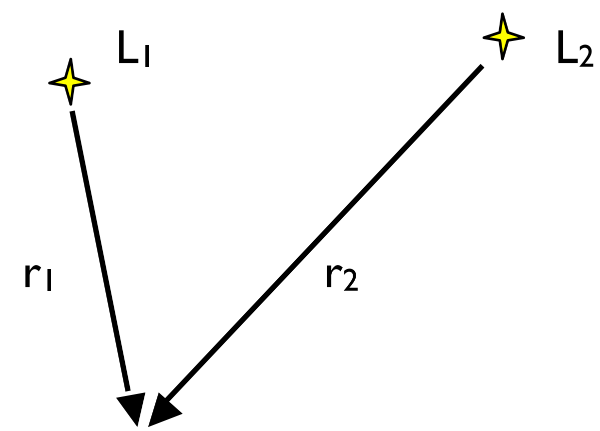
Interferenz an einer scharfen Kante:
oben: Beugung von rotem Licht,
unten: Beugung von Elektronen
(siehe S. Brandt/H. D. Dahmen:
Quantenmechanik in Bildern,
Springer 2015, S. 7.)



R. W. Pohl, „Optik und Atomphysik", 1954

H. Boersch, Physikalische Zeitschrift 44 (1943), S. 202

**Überlagerung (Superposition)
am Beispiel zweier Lichtwellen**



Vereinfachende Annahmen:
- Beide Lichtquellen senden mit der gleichen Frequenz $\omega = 2\pi\nu$ und entsprechend mit der gleichen Wellenlänge λ.
- Beide Lichtwellen sind gleich gerichtet (gleiche Polarisation, d. h. gleiche Schwingungsebene).

Superposition (Überlagerung) der elektrischen Felder E_1 und E_2 zu einem Gesamtfeld E (Wir betrachten die Beträge der Felder):

$$E_1 = A_1 \cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r_1}{\lambda} - \delta_1\right)$$

$$E_2 = A_2 \cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r_2}{\lambda} - \delta_2\right)$$

A_1, A_2 sind die Amplituden der beiden elektrischen Wellen. Im folgenden ist die Größe S die Intensität des Lichts, gebildet mit dem Quadrat des (elektrischen oder magnetischen) Feldes. Z ist der „Wellenwiderstand“ des Vakuums (377 Ohm), T ist die Schwingungsdauer.

$$E = E_1 + E_2$$

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{Z}\{E_1 + E_2\}^2 \\ &= \frac{1}{Z}\left\{A_1 \cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r_1}{\lambda} - \delta_1\right) + A_2 \cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r_2}{\lambda} - \delta_2\right)\right\}^2 \\ &= \frac{1}{Z}\{A_1 \cos \alpha + A_2 \cos \beta\}^2 \\ &= \frac{1}{Z}\{A_1^2 \cos^2\alpha + A_2^2 \cos^2\beta + 2 A_1 A_2 \cos \alpha \cos \beta\}^2 \end{aligned}$$

Hilfsformeln: $\cos^2 \alpha = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\alpha)$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha-\beta) + \cos(\alpha+\beta))$$

$$S = \frac{1}{2Z}\{A_1^2 + A_1^2 \cos 4\pi(\frac{t}{T} - \frac{r_1}{\lambda} - \delta_1)$$

$$+ A_2^2 + A_2^2 \cos 4\pi(\frac{t}{T} - \frac{r_2}{\lambda} - \delta_2)$$

$$+ 2 A_1 A_2 \cos 2\pi(\frac{r_2 - r_1}{\lambda} + \delta_2 - \delta_1)$$

$$+ 2 A_1 A_2 \cos 2\pi(\frac{2t}{T} - \frac{r_2 + r_1}{\lambda} - \delta_2 - \delta_1)\}$$

Nun wird über die Zeit gemittelt. Bei dieser Mittelung heben sich positive und negative cos-Terme gegenseitig auf, in denen die Variable t vorkommt. Damit bleiben die folgenden Terme übrig:

$$S = \frac{1}{2Z}\{A_1^2 + A_2^2 + 2 A_1 A_2 \cos 2\pi(\frac{r_2 - r_1}{\lambda} + \delta_2 - \delta_1)\}$$

Für die Intensitäten der einzelnen Lichtwellenfelder erhalten wir:

$$S_1 = \frac{1}{2Z} A_1^2$$

$$S_2 = \frac{1}{2Z} A_2^2$$

Daran sehen wir die entscheidende Eigenschaft von Interferenz:

Die Intensität S des gesamten, überlagerten Lichtwellenfeldes ist im allgemeinen nicht die Summe der Intensitäten S_1 und S_2 der einzelnen, separaten Lichtwellenfelder.
Der Unterschied liegt im Auftreten des cos-Terms im Ausdruck für S.
Dieser Term heißt Interferenzterm.

Zusammengefasst:

$$S = S_1 + S_2 + 2\sqrt{S_1 S_2}\,\cos 2\pi\left(\frac{r_2 - r_1}{\lambda} + \delta_2 - \delta_1\right).$$

Interferenz ist die im allgemeinen **nicht-additive Überlagerung von Licht**.

Es gibt Bereiche, in denen konstruktive Interferenzen die Lichtintensität verstärken (Wellenberg auf Wellenberg, Wellental auf Wellental), und Bereiche, in denen destruktive Interferenzen das Licht auslöschen (Wellenberg auf Wellental). Technische Einzelheiten und zahlreiche Anwendungen zu Superposition siehe [64]. Zum Thema Superposition (und weitere Grundlagen der Quantentheorie) siehe [65].

[64] Bergmann, Schaefer: „Optik". Lehrbuch der Experimentalphysik, Band 3, 9. Auflage. De Gruyter, Berlin, 1993. Ausführliches Fachbuch!

[65] Claus Kiefer: „Quantentheorie". Fischer-Taschenbuch, Frankfurt a. M., 2002.
Gut verständliche und begrifflich präzise Einführung in die Quantentheorie.

8.5 Wichtige mathematische Beiträge zur Entwicklung der Quantentheorie, im Überblick

1900:	Planck, Strahlungsformel, Wirkungsquantum
1902:	Lebesgue, Integraltheorie
1904-1909:	Hilbert, Axiomatisierung, Hilbertraum, Spektraltheorie von Operatoren
	Courant, Methoden der mathematischen Physik
	Hermann Weyl, Gruppentheorie, Spektraltheorie von Operatoren, Eigenwertprobleme
1925:	Heisenberg, nichtkommutative Observablen-Algebra
1929:	von Neumann, Operatoren-Algebra, Gruppentheorie, Quantenlogik
1945:	Laurent Schwartz, Distributionen-Theorie; mathematische Fundierung der Dirac-Funktion
1960er:	Haag, Araki: Operatorenalgebraische Methoden in physikalischen Modellen
1967:	M. Tomita, M. Takesaki: modulare Theorie
1973:	Alain Connes, modulare Theorie

9. Zur Interpretation der Quantentheorie

9.1 Kopenhagener Interpretation der Quantenmechanik

Die entscheidenden Beiträge zur Interpretation der Quantenmechanik sind die **statistische Interpretation**, die von Max Born stammt (1927) und der Gedanke der **Komplementarität**, der von Niels Bohr entwickelt wurde.
Die Interpretationsfrage entzündet sich am „**Messprozessproblem**“:
Inwiefern beeinflusst der Messakt das Messresultat?
Letzteres wird gelegentlich plakativ an einem provokativen Vorschlag Schrödingers diskutiert, der als „Schrödinger-Katze“ Furore gemacht hat.

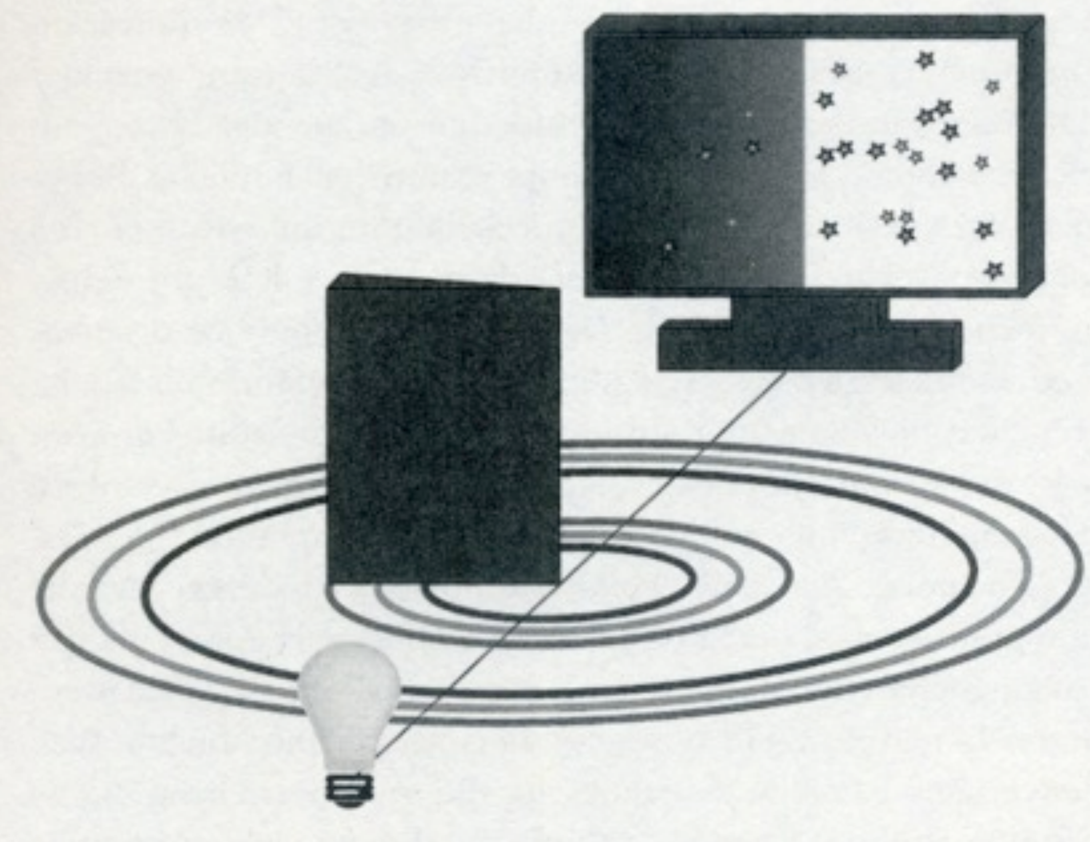
Die statistische Interpretation geht von einem Zufallsverhalten eines einzelnen Quantenobjekts aus.
In großer Zahl (statistisches Ensemble) ordnen sich Photonen, Elektronen, ... in Interferenzmustern an.
Das statistische Ensemble folgt den Gesetzmäßigkeiten der Wellentheorie.
Die statistische Interpretation vermittelt zwischen Teilchenbild und Wellenbild.

Für ein einzelnes Teilchen lässt sich nur eine Wahrscheinlichkeitsaussage treffen.
In einem fixierten Raumgebiet haben wir eine gewisse Wahrscheinlichkeit (beispielsweise 40 %), ein Elektron anzutreffen. Wir haben keine Sicherheit, es dort anzutreffen.
Demgegenüber lebt die klassische Mechanik davon, dass wir ein Teilchen präzise lokalisieren und es an diesem Ort mit 100 %iger Sicherheit antreffen können.

Schattenwurf mit extrem schwacher Intensität verdeutlicht die Welle-Teilchen-Dualität.
Schematische Darstellung

Die Intensität der Lichtquelle wird soweit reduziert, dass einzelne Photonen auf dem Bildschirm auftreffen.
Die Blendenkante ist so scharf, dass der Krümmungsradius wesentlich kleiner ist als die vorkommenden Lichtwellenlängen.

Die Kante wird zum Ausgangspunkt Huygens'scher Elementarwellen, die sich auch in den Schattenbereich hinein ausbreiten. Damit blitzen Photonen auch im Schattenbereich auf.



Zufall und Welle-Teilchen-Dualität am Beispiel des Schattenwurfs

Die Auftreff-Orte der Photonen sind zufällig. Eine Bahn der Photonen zwischen Lichtquelle und Auftreff-Ort auf dem Bildschirm lässt sich nicht definieren. Bei diesem Experiment werden die Photonen mit dem Auftreffen auf dem Monitor bzw. auf der Photoplatte zur räumlichen Lokalisierung gezwungen.

Mit dem Gedanken der **Komplementarität** hat sich Bohr lange auseinandergesetzt. Im Folgenden ein Auszug aus einem Vortrag von 1936 [66]:

„Eine ... weitergehende Revision des Beobachtungsproblems wurde ... durch die Entdeckung des universellen Wirkungsquantums veranlaßt, die uns darüber belehrt, daß die ganze Beschreibungsart der klassischen Physik mit Einschluß der Relativitätstheorie ihre Zweckmäßigkeit nur solange beibehält, als alle in die Beschreibung eingehenden Wirkungen groß sind im Vergleich zum Planckschen Quantum. Wenn dies nicht der Fall ist, treten, wie in der Atomphysik, neuartige Gesetzmäßigkeiten auf, die im Rahmen einer Kausalbeschreibung nicht zusammengefaßt werden können. Dieses zunächst paradox erscheinende Ergebnis findet indessen seine Aufklärung darin, daß auf diesem Gebiete nicht länger scharf unterschieden werden kann zwischen dem selbständigen Verhalten eines physikalischen Objekts und seiner Wechselwirkung mit anderen als Meßinstrumente dienenden Körpern, die mit der Beobachtung unvermeidlich verknüpft ist und deren Berücksichtigung nach dem Wesen des Beobachtungsbegriffs selber ausgeschlossen ist.

[66] Niels Bohr: „Kausalität und Komplementarität". Vortrag auf dem zweiten Internationalen Kongress für Einheit der Wissenschaft, Kopenhagen 1936. Erkenntnis 6 (1937), S. 293 ff., abgedruckt in Karl v. Meyenn, Klaus Stolzenberg, Roman U. Sexl (Hrsg.): „Niels Bohr", Vieweg, Braunschweig, 1985; S. 204-205.

Dieser Umstand stellt uns in der Tat vor eine in der Physik ganz neue Situation bezüglich der Analyse und Synthese von Erfahrungen, die uns dazu zwingt, das Kausalitätsideal durch einen allgemeineren Gesichtspunkt zu ersetzen, den man ‘Komplementarität’ zu nennen pflegt. Die scheinbar mit einander unverträglichen Auskünfte über das Verhalten des Untersuchungsobjektes, die wir bei Benutzung verschiedener Meßanordnungen bekommen, lassen sich nämlich offenbar nicht in gewöhnlicher Weise miteinander verbinden, sondern dürfen als komplementär zu einander bezeichnet werden. Insbesondere erklärt sich das Scheitern jedes Versuchs, den durch das Wirkungsquantum symbolisierten Zug von ‘Individualität’ der atomaren Einzelprozesse durch eine Unterteilung ihres Verlaufs näher zu analysieren, dadurch, daß jeder durch direkte Beobachtung definierbare Schnitt in diesem Verlauf eine Meßanordnung verlangen würde, die mit dem Zustandekommen der betreffenden Gesetzmäßigkeiten selber unverträglich wäre. ...“

Heisenberg-Schnitt

Der Eingriff des Beobachters steht im Zentrum der Diskussion, die insbesondere Bohr, Heisenberg und Pauli führen. Heisenberg betrachtet einen Schnitt zwischen Quantenobjekt und Messapparat [67]:

„Es zeigte sich, dass in unserer Erforschung atomarer Vorgänge ein eigentümlicher Zwiespalt unvermeidbar ist: Einerseits sind die experimentellen Fragen, die wir an die Natur richten, stets mit Hilfe der anschaulichen Begriffe der klassischen Physik formuliert und bedienen sich insbesondere der Begriffe von Raum und Zeit der Anschauung; denn wir besitzen ja gar keine andere als diese den Gegenständen unserer alltäglichen Umgebung angepasste Sprache, mit der wir z. B. den Aufbau der Messapparate beschreiben könnten, und wir können Erfahrungen nicht anders als in Raum und Zeit machen. Andererseits sind die mathematischen Gebilde, die sich zur Darstellung der experimentellen Sachverhalte eignen, Wellenfunktionen in mehrdimensionalen Konfigurationsräumen, die keine einfache anschauliche Deutung zulassen.

[67] Werner Heisenberg: „Wandlungen der Grundlagen der exakten Naturwissenschaft in jüngster Zeit“. Vortrag vor der Gesellschaft deutscher Naturforscher und Ärzte, Hannover, 17. September 1934. Angewandte Chemie 47 (1934), S. 697-702; Zitat S. 698.

Aus diesem Zwiespalt ergibt sich die Notwendigkeit, bei der Beschreibung atomarer Vorgänge einen **Schnitt** zu ziehen **zwischen den Messapparaten des Beobachters**, die mit den klassischen Begriffen beschrieben werden, **und dem Beobachtungsobjekt**, dessen Verhalten durch eine Wellenfunktion dargestellt wird. Während nun sowohl auf der einen Seite des Schnitts, die zum Beobachter führt, wie auf der anderen, die den Gegenstand der Beobachtung enthält, alle Zusammenhänge scharf determiniert sind - hier durch die Gesetze der klassischen Physik, dort durch die Differentialgleichungen der Quantenmechanik -, äußert sich die Existenz des Schnittes doch im Auftreten statistischer Zusammenhänge. An der Stelle des Schnittes muss nämlich die Wirkung des Beobachtungsmittels auf den zu beobachtenden Gegenstand als eine teilweise unkontrollierbare Störung aufgefasst werden.“

Aus etwas größerer zeitlicher Distanz zu Bohrs und Heisenbergs obiger Positionen möchte ich Auszüge aus einem Vortrag Paulis aus dem Jahr 1949 über „**Die philosophische Bedeutung der Idee der Komplementarität**" hinzufügen [68]:

„Alle Physiker, welche die Entwicklung bejahen, die in der systematischen Konstruktion des mathematischen Formalismus der Wellenmechanik im Jahre 1927 einen vorläufigen Abschluss fand, müssen zugeben, daß wir heute zwar Naturwissenschaften, aber kein naturwissenschaftliches Weltbild mehr besitzen. Eben dieser Umstand könnte aber als Korrektur der früheren Einseitigkeit den Keim eines Fortschrittes in Richtung auf ein einheitliches Gesamtweltbild in sich tragen, in welchem die Naturwissenschaften nur ein Teil sind. Hierin möchte ich die allgemeinere Bedeutung der Idee der Komplementarität erblicken, welche dank dem dänischen Physiker Niels Bohr aus dem Boden der Physik gewachsen ist.
…
Im folgenden möchte ich nun an einfachen Beispielen erläutern, wie innerhalb der Physik **die Idee der Komplementarität eine Synthese von entgegengesetzten und einander zunächst widersprechenden Voraussetzungen** ermöglicht hat. Zur Erreichung dieses Ziels waren allerdings weitgehende Verallgemeinerungen des alten Ideals der Kausalität und sogar des Begriffes der physikalischen Realität notwendig. …

[68] Wolfgang Pauli: „Die philosophische Bedeutung der Idee der Komplementarität". Vortrag, gehalten in der Philosophischen Gesellschaft Zürich, Februar 1949. Abgedruckt in „Wolfgang Pauli. Physik und Erkenntnistheorie", Hg. Karl von Meyenn, Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig, 1984, S. 10-17.

…
Die Endlichkeit des Wirkungsquantums, die eine Unterteilung individueller Quantenprozesse ausschließt, stellt also die Physiker vor folgende Situation: Es ist unmöglich, den ganzen Einfluß des Meßapparates auf das gemessene Objekt durch determinierbare Korrekturen in Rechnung zu stellen. Jeder Gewinn an Kenntnis atomarer Objekte durch Beobachtungen muß mit einem unwiderruflichen Verlust anderer Kenntnisse bezahlt werden. Die Naturgesetze verhindern zum Beispiel den Beobachter, eine gleichzeitige Kenntnis sowohl von Energie und Bewegungsgröße als auch von raumzeitlicher Lokalisierung eines Objektes zu erreichen. Welche Kenntnis gewonnen oder welche andere Kenntnis unwiderruflich verloren ist, bleibt der freien Wahl des Experimentators zwischen einander ausschließenden Versuchsanordnungen überlassen.
Diese Situation wurde von Bohr mit „Komplementarität“ bezeichnet.

Der Unkontrollierbarkeit des Eingriffes der Beobachtung in das beobachtete System wird dadurch Rechnung getragen, daß die atomaren Objekte nicht in eindeutiger Weise durch die gewöhnlichen physikalischen Eigenschaften beschrieben werden können. Dadurch ist die Voraussetzung einer Beschreibung der Phänomene unabhängig von der Art ihrer Beobachtung nicht mehr erfüllt, und die physikalischen Objekte erhalten einen zwei- oder mehrdeutigen und daher symbolischen Charakter.

Die Beobachter oder Beobachtungsmittel, welche die moderne Mikrophysik in Betracht ziehen muß, unterscheiden sich demnach wesentlich von dem losgelösten Beobachter der klassischen Physik. …“

9.2 Kritik der Kopenhagener Interpretation der Quantentheorie

Niels Bohr, Max Born, Werner Heisenberg, Wolfgang Pauli stehen für die Kopenhagener Interpretation der Quantentheorie. Diese Interpretation geht von einem zufälligen Verhalten eines einzelnen Quantenteilchens aus und gibt dabei die Kausalität auf. Das statistische Ensemble wird im Rahmen der Wahrscheinlichkeitstheorie den quantenmechanischen Gesetzen, beispielsweise der Schrödinger-Gleichung, gerecht.

Albert Einstein, Max Planck, Erwin Schrödinger, Max von Laue lehnten die statistische Interpretation der Quantentheorie ab. In einem Brief an Born schreibt Einstein am 4. Dezember 1926:

„Die Quantenmechanik ist sehr achtung-gebietend. Aber eine innere Stimme sagt mir, daß das doch nicht der wahre Jakob ist. Die Theorie liefert viel, aber dem Geheimnis des Alten bringt sie uns kaum näher. Jedenfalls bin ich überzeugt, daß der nicht würfelt. ...“ [69].

[69] Albert Einstein, Hedwig und Max Born, Briefwechsel 1916-1955. Rowohlt, Reinbek bei Hamburg, 1972.

An dieser Einschätzung hält Einstein fest. Am 7. September 1944 schreibt er an Born:

„... Du glaubst an den würfelnden Gott und ich an volle Gesetzlichkeit in einer Welt von etwas objectiv Seiendem, das ich auf wild spekulativem Wege zu erhaschen suche. Ich glaube fest, aber ich hoffe, daß einer einen mehr realistischen Weg, bezw. eine mehr greifbare Unterlage finden wird, als es mir gegeben ist. Der große anfängliche Erfolg der Quantenmechanik kann mich doch nicht zum Glauben an das fundamentale Würfelspiel bringen, wenn ich auch wohl weiß, daß die jüngeren Kollegen dies als Folge der Verkalkung auslegen. Einmal wird's sich ja herausstellen, welche instinktive Haltung die richtige gewesen ist.“ [69]

Planck teilt Einsteins Anliegen. Beispielsweise in einem Brief am 2. Februar 1929 an Arnold Sommerfeld in München schreibt er:

„In dem Kampf zwischen Determinismus und Indeterminismus stehe ich entschieden auf Seite des ersteren, da ich der Meinung bin, daß die aufgetauchten Schwierigkeiten im Grunde nur einer unangemessenen Fragestellung entspringen.“ [70]

[70] Max Planck, rororo Bildmonographie 198, verfasst von Armin Herman, Reinbek bei Hamburg, 1973, S. 71.

Die Kopenhagener Interpretation der Quantentheorie opfert das klassische Verständnis des Kausalitätbegriffs und ist nicht mit einem „real" existierenden, separierbaren Einzelobjekt kompatibel. Einstein, Planck, Schrödinger waren nicht bereit, diese Folgerungen für physikalische Theorien zu akzeptieren. Das Festhalten an der Kausalität war für sie unverzichtbar. Kausalität hängt direkt mit der „Ursache-Wirkung-Figur" und mit dem Unterschied von Vergangenheit und Zukunft zusammen. Auf diese Figur zu verzichten impliziert die Gefahr subjektiver Beliebigkeit. Ein Verzicht auf Kausalität würde das Fundament von Wissenschaft erschüttern. An dieser Stelle sollte die Kantsche Philosophie gültig bleiben. Der Kausalität muss ein höherer Rang als den Begriffen Raum und Zeit vorbehalten bleiben. Auch wenn die moderne Analytische Philosophie bereit ist, von einer „probabilistischen Kausalität" zu sprechen [71].

Zu dieser prinzipiellen Kritik kommen neue Anforderungen an eine Interpretation der Quantentheorie. Die moderne Experimentalphysik ermöglicht es, einzelne Atome, Elektronen und Photonen zu beobachten und zu manipulieren. Bis in die 1970er Jahre war das noch unvorstellbar. In den ersten 50 Jahren der Quantenmechanik (seit 1925) passte eine statistische Interpretation zur experimentellen Kunst der Atomphysik. Inzwischen gibt es aber nicht wenige Experimente, für die die Kopenhagener Interpretation unbefriedigend ist und ins Leere läuft.

[71] Wolfgang Spohn: "Deterministic Causation". In "Current Issues in Causation", Wolfgang Spohn, Marion Ledwig, Michael Elsfeld (eds), mentis, Paderborn, 2001, S. 21-46.

9.3 Konstruktivistische Interpretation der Quantentheorie

Die Nichtkommutativität der Observablen in Gestalt der Vertauschungs- und Antivertauschungsrelationen konstituieren Quantenkorrelationen zwischen allen Elementarteilchen wie beispielsweise Photonen, Elektronen, Protonen, Neutronen.
Diese Quantenkorrelationen machen das Universum zu einem unteilbaren Ganzen.
Die Quantentheorie ist eine holistische Theorie.

Es stellt sich die Frage nach der Möglichkeit von Objekten, im Sinne von Teilobjekten des Universums. A priori gibt es keine Objekte, keine Gegenstände der Beschreibung. Damit gäbe es auch keine Möglichkeit, von Strukturen zu sprechen und sie wahrzunehmen. Es bliebe nur noch diffuses Ahnen, vielleicht Spüren, falls überhaupt noch irgendetwas bleibt. Wenn es keine Strukturen und keine Gegenstände der Beschreibung gäbe, wäre Naturwissenschaft und Wissenschaft überhaupt nicht möglich.

Die Frage nach der Möglichkeit von Objekten hängt eng zusammen mit der Diskussion des Messprozesses im Rahmen der Kopenhagener Interpretation der Quantenmechanik.

Beobachtungen zur Vorbereitung einer konstruktivistischen Interpretation

Ich möchte auf eine grundsätzliche Beobachtung Plancks im Zusammenhang der Diskussion der Thermodynamik der Hohlraumstrahlung zurückgreifen. In „Zur Geschichte der Auffindung des physikalischen Wirkungsquantums“ berichtet er Folgendes ([31], S. 27):

> „Zwar war das Wesen der Entropie als ein Maß der Wahrscheinlichkeit im Sinne Boltzmanns auch für die Strahlung endgültig festgestellt. Das zeigte sich besonders deutlich in einem Satz, von dessen Gültigkeit der mir am nächsten stehende Schüler, Max v. Laue, mich in mehrfachen Gesprächen überzeugte, daß die Entropie zweier kohärenter Strahlenbündel kleiner ist als die Summe der Entropien der einzelnen Bündel.“

Eine zweite Beobachtung von grundsätzlicher Bedeutung äußert Einstein in seiner Erwiderung auf die Beiträge im Band zu seinem siebzigsten Geburtstag, den Paul Arthur Schilpp herausgegeben hat [72]. Dabei bezieht sich Einstein auf die Bedeutung der ψ-Funktion. In der Kopenhagener Interpretation wird die Quantenmechanik als vollständig angesehen. Einstein hält die Quantenmechanik bis dato für unvollständig.

> „Was mir an dieser Art des Argumentierens nicht gefällt, ist die nach meiner Überzeugung unhaltbare positivistische Grundeinstellung, die mir mit dem Berkeleyschen Grundsatz „esse est percipi“ [73] zusammenzufallen scheint. Das „Sein“ ist immer etwas von uns gedanklich Konstruiertes, also von uns (im logischen Sinne) frei Gesetztes. Die Berechtigung solcher Setzungen liegt nicht in ihrer Ableitbarkeit aus dem Sinnlich-Gegebenen. Eine derartige Ableitbarkeit (im Sinne einer logischen Deduzierbarkeit) gibt es nie und nirgends, auch nicht in der Domäne des vorwissenschaftlichen Denkens. Die Berechtigung der Setzungen, die für uns das „Reale“ repräsentieren, liegt allein in deren vollkommener oder unvollkommener Eignung, das Sinnlich-Gegebene intelligibel zu machen.“

[72] Albert Einstein: „Bemerkungen zu den in diesem Bande vereinigten Arbeiten“. In Paul Arthur Schilpp (Hrsg.): „Albert Einstein als Philosoph und Naturforscher“, eine Auswahl, Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig, 1983, S. 236.

[73] esse est percipi, Sein ist Wahrgenommensein, ist ein Fazit des irischen Philosophen George Berkeley (1685-1753). Eine Radikalisierung John Lockes (1632-1704) sensualistischen Ansatzes.

Konstruktivistische Interpretation der Quantentheorie

Objekte existieren nicht an sich, sie existieren nicht a priori. **Objekte existieren als Konstrukte**. **Sie existieren kraft Definition**. Es bedarf eines definierenden Schnitts, um ein Teilsystem des Universums einzugrenzen und als ein Objekt zu konstituieren. Dieser Schnitt zieht die Grenze zwischen „System“ und „Umgebung“ und begründet beide. Er ist nicht notwendig räumlich zu verstehen. Der **Definitionsschnitt** legt fest, welche Quantenkorrelationen außer Betracht gelassen werden und welche weiter Berücksichtigung finden. Er wird beim Aufbau einer experimentellen Anordnung konkret vorgenommen. Die Anordnung präpariert den Gegenstand der Untersuchung. Sie legt fest, was physikalisch eigentlich zu beschreiben ist.

Wir wollen uns einen solchen Definitionsschnitt an einem Beispiel klarmachen.

Denken wir an Elektronen, die an ein elektromagnetisches Feld gekoppelt sind. Die elektromagnetische Wechselwirkung korreliert Elektronen und Photonen zu einem quantenmechanischen Gesamtsystem. Infolge der Kopplung ist es nicht mehr möglich, eine gegenseitige Begrenzung anzugeben. Mit der Kopplung geht der physikalische Begriff des „Elektrons" wie auch der Begriff „elektromagnetisches Feld", strenggenommen, verloren. Die beiden Ingredienzien haben im gekoppelten System a priori keine eigene Identität. Um von einem „elektronischen Teilsystem" sprechen zu können, muß ein „Schnitt" vorgenommen werden. Ganz unterschiedliche Definitionsschnitte sind denkbar. Entsprechend unterschiedlich ergibt sich dann die „Kopplung" zwischen dem elektronischen Teilsystem und dem elektromagnetischen Umgebungsfeld. So können wir das elektronische System „stark" an die Umgebung koppeln, oder wir können es „schwach" an die Umgebung koppeln. Wir sprechen dann von „stark gekoppelten Elektronen", oder von „schwach gekoppelten Elektronen". Ein stark gekoppeltes Elektron und ein schwach gekoppeltes Elektron sind unterschiedliche physikalische Objekte. Schnitte finden in einer mathematischen Idealisierung ihren Niederschlag. Im Falle des schwach gekoppelten Elektrons steht der sogenannte „schwache Kopplungslimes" für diese Idealisierung [74].

[74] Der aus Malta stammende und am Dublin Institute for Advanced Studies arbeitende Physiker Joe Pulè hat den schwachen Kopplungslimes 1974 mathematisch streng durchgerechnet.
Joe V. Pulè: "The Bloch Equations". Communications of Mathematical Physics 38 (1974), S. 241.

Anstelle von Elektronen können wir Kernspins als Teilsystem betrachten. Wir nehmen dieses gekoppelte System Kernspins und Photonen als momentanes “Universe of discourse“. In diesem Gesamtsystem ist die Zeitentwicklung reversibel. Wenn wir mit der Idealisisierung des schwachen Kopplungslimes auf das Kernspin-Teilsystem fokussieren, erhalten wir als zeitliche Dynamik im Teilsystem die sogenannten „Blochschen Gleichungen“ der Kernspinresonanz. Diese Dynamik ist irreversibel und bildet eine Halbgruppe, im Unterschied zur Gruppe der reversiblen Dynamik im Gesamtsystem.

Dieses für uns paradigmatische Beispiel eines Definitionsschnitts hat zugleich eine sehr wichtige praktische Anwendung: die Kernspin-Tomographie, eine in der Medizin und Biologie schonende Diagnosemethode. Grundlagen zur Nutzung der Kernspinresonanz als bildgebendes Verfahren hat Richard Ernst, ETH-Zürich, gelegt, für die er 1991 den Chemie-Nobelpreis erhielt. Ernst war der erste Doktorand von Hans Primas.

Was unterscheidet den Definitionsschnitt der konstruktivistischen Interpretation vom Heisenberg-Schnitt?

Heisenberg, wie auch Bohr und Pauli setzen den Schnitt zwischen System und Meßapparat. Diesen „Heisenberg-Schnitt“ halte ich für irreführend. Der Meßapparat sollte richtigerweise die Rolle der „Schere“ spielen, was seine präparative Potenz betrifft. Die Umgebung, mit der das System korreliert ist, kommt beim Heisenberg-Schnitt gar nicht vor. Sollte der Meßapparat allerdings die Rolle der Umgebung spielen, sollte dies auch festgestellt werden. Dann aber ist das Wort „Meßapparat“ eine Fehlspur. Auch die Rede von der Beschreibung des Meßapparats durch klassische Sprache ist eine Fehlspur. Soll der Meßapparat als ein klassisches Objekt aufgefaßt werden? Das wäre inkorrekt, denn strenggenommen gibt es keine klassischen Objekte. Objekte sind notwendig Quantenobjekte. Auch der Meßapparat ist ein Quantenobjekt. Wenn sich „klassisch“ aber nur auf die Beschreibung durch klassische Begriffe bezieht, ist dies kein weiterführendes Argument. Denn durch eine komplementäre Verwendung klassischer Begriffe können wir Quantensituationen perfekt beschreiben.

Die Pulèsche Analyse [74] der schwachen Kopplung von Elektronenfeld (oder Nukleonenfeld) und Photonenfeld zeigt, wie physikalische Systeme präzise konstruiert werden können. Diese mathematisch umsetzbare Idealisierung ist paradigmatisch für eine konstruktivistische Interpretation der Quantentheorie. Die Analyse des schwachen Kopplungslimes, den wir als Definitionsschnitt verstanden wissen wollen, macht darüberhinaus eine Struktureigenschaft von weitreichender Bedeutung deutlich: **das Auftreten der Irreversibilität.**

Das Quantenobjekt, beispielsweise das Elektronenfeld, ist notwendig ein offenes System. Denn es bleibt mit der nach dem Schnitt zurückbleibenden Umgebung gekoppelt, wie immer spezifisch die Kopplung gewählt wird. Diese freie Wahl entscheidet, von welchen Quantenkorrelationen wir abstrahieren.

Jeder Definitionsschnitt wird durch den praktischen Nutzen eines Versuchsaufbaus oder der Präparierung eines gewünschten Quantenobjekts bestimmt. Strenggenommen ist er eine Fiktion. Das offene System ist infolge seiner Irreversibilität einem „Alterungsprozess“ unterworfen.

Wir wissen bereits: Quantenobjekte sind nur näherungsweise räumlich lokalisierbar. Sie sind räumlich unanschaulich. Sie sind ohne Ort, sie sind, im präzisen Sinne des Worts, Utopie. Diese Utopie ist primäre Realität. Ihre raum-zeitliche Verankerung, ihre näherungsweise Lokalisierung ist von nachgeordneter Realität. Dabei liefert die Utopie die Vorlage, die „Blaupause" für die Konstruktion von raum-zeitlicher Realität.

Das Zufallsverhalten tritt auf, wenn bewegte Quantenobjekte räumlich lokalisiert werden und wenn dabei an einem a priori Raumbegriff festgehalten wird. Auf der „Meta-Ebene" des Hilbertraums besteht keine Notwendigkeit zur Einführung von Zufall und Wahrscheinlichkeit, auch wenn eine statistische Interpretation mit der Hilbertraum-Ebene verträglich ist.

Die konstruktivistische Interpretation der Quantentheorie hält an der Kausalität fest [75]. Sobald das Quantenobjekt definiert ist, verhält es sich kausal.

[75] Eberhard Müller: „A Constructivistic Interpretation of Quantum Theory preserves Causation". In "Current Issues in Causation", Wolfgang Spohn, Marion Ledwig, Michael Elsfeld (eds), mentis, Paderborn, 2001, S. 191-198, wie [71].

9.4 Der Definitionsschnitt erhöht die Entropie

Der Definitionsschnitt ist das entscheidende Konstruktionsmittel einer konstruktivistischen Interpretation. Eine komplexe Definition mag eine Vielzahl von Schnitten umfassen. Bei jedem Schnitt werden ausgewählte spezifische Quantenkorrelationen vernachlässigt bzw. ausgeblendet. Damit wird die Information, die in den Quantenkorrelationen enthalten ist, „weggeworfen“. Oft wird dies durch ein „Weg-Mitteln“ vorgenommen. Dieses Informationsopfer muss zu einer Erhöhung der Entropie führen. Das bewirkt Irreversibilität.

Dies lässt sich auch mathematisch nachvollziehen.

Sei ψ der Zustand eines betrachteten gesamten Systems vor einem Schnitt. Wir nehmen im System einen Schnitt vor und erhalten zwei Teile, die durch die Zustände ψ_1 und ψ_2 beschrieben werden. Die beiden Systeme koppeln wir unter Erhaltung ihrer einzelnen Integrität wieder zum gesamten System zusammen. Nach dem Schnitt ist das gesamte System im Zustand $\psi_1 \otimes \psi_2$. Dann gilt für den Erwartungswert der Relativ-Entropie (43) nach einer Ungleichung von Oskar Klein (siehe [76]):

$$\langle \psi , R(\psi_1 \otimes \psi_2 , \psi)\, \psi \rangle > 0 . \qquad (\text{ falls } \psi \neq \psi_1 \otimes \psi_2)$$

[76] Res Jost: „Quantenmechanik II“. Verlag der Fachvereine an der ETH-Zürich, 1973; „Der Trennungssatz“, S. 141.

Der Definitionsschnitt unterwirft ein System grundsätzlich der Irreversibiltät. Irreversibilität ist Bedingung der Möglichkeit von Konstruktion und Gestaltung. Der Schnitt selbst ist die Ursache der Irreversibilität. **Der Zeitpfeil**, die Asymmetrie zwischen Vergangenheit und Zukunft, **folgt damit aus der Asymmetrie zwischen dem Teil und dem Ganzen**. Diese konstruktivistische Interpretation der Quantentheorie macht die Rede vom Wärmetod des Universums obsolet. Sie liefert die begrifflichen Voraussetzungen für die freie Erzeugung von Objekten.

Die oben zitierte Plancks Bemerkung zielt genau auf einen Schnitt. Die Entropie zweier kohärenter Strahlenbündel ist kleiner als die Summe der Entropien der beiden einzelnen Strahlenbündel.