

Prof. Dr. Sabine Klapp

Dr. Arash Azhand, Andreas Koher, Ché Netzer, Lasse Ermoneit, Philipp Stammer, Philip Knospe

3. Übungsblatt – Mathematische Methoden der Physik**Abgabe: Mo. 15.05.2017 bis 11:00 Uhr, Briefkasten im ER-Gebäude***Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte!***Aufgabe 7 (8 Punkte): Barometrische Höhenformel**

Die Barometrische Höhenformel beschreibt die Änderung des Luftdrucks der Atmosphäre mit der Höhe.

- a) Leiten Sie eine Beziehung zwischen der Druckänderung dp in der Atmosphäre bezogen auf eine Höhenänderung dh ab.

Folgende Schritte führen zu der Formel: Die Druckänderung dp ist gleich der Änderung der Gewichtskraft dF pro Fläche A , die durch die Änderung der Masse des Gases dm an dieser Stelle verursacht wird. Die Massenänderung dm ist dabei gleich der Massendichte ρ bei der Volumenänderung dV . Die Volumenänderung $dV = dhA$ hängt mit der Höhenänderung zusammen. Verwenden Sie ferner die ideale Gasgleichung $p = \rho \frac{RT}{M}$, dabei ist $R = k_B N_A$ die Gaskonstante und M die molare Masse des Gases. Machen Sie eine Skizze!

- b) Die in a) hergeleitete Differentialgleichung hat allgemein die Form:

$$(1) \quad \frac{dp(h)}{dh} = -\alpha \frac{p(h)}{T(h)},$$

lösen Sie diese unter der Annahme, dass die Temperatur nicht von der Höhe abhängt $T(h) = \text{const.}$

- c) Lösen Sie die Differentialgleichung für den Druck unter der Annahme, dass die Temperaturänderung linear von der Höhe abhängt: $T(h) = T_0 - \beta(h - h_0)$.
- d) Zeigen Sie das c) für kleine Höhenänderungen $(h - h_0) \approx 0$ b) reproduziert.

Aufgabe 8 (4 Punkte): Radioaktiver Zerfall

Zur Zeit $t \geq 0$ seien $n(t)$ Atome eines radioaktiven Isotopes vorhanden. Die Zahl dn , die in einer kleinen Zeitspanne dt zerfällt, ist proportional zur Zahl $n(t)$ der Isotope und der Zerfallszeit dt . Daraus ergibt sich die Differentialgleichung des radioaktiven Zerfalls $\frac{dn}{dt} = -\lambda n$, mit der positiven Konstante λ .

- a) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung, wenn anfänglich n_0 Atome vorhanden sind.
- b) Bestimmen Sie die Zeit, in der die Hälfte der Atome nur noch vorhanden sind (Halbwertszeit).
- c) Bei der atomaren Endlagerung, werden die Abfälle in Behältern aus rostfreien Stahl oder Beton unter der Erde gelagert. Die Behälter sollten, solange intakt bleiben bis 99% des Abfalls zerstrahlt sind. Wie lange sollte die Mindestlebensdauer der Behälter sein, wenn in den Behältern folgendes gelagert werden soll:

1. Strontium-90 (Halbwertszeit $\tau = 38\text{a}$),
2. Radium-226 (Halbwertszeit $\tau = 1620\text{a}$),
3. Plutonium-239 (Halbwertszeit $\tau = 24360\text{a}$).

3. Übung MMP SS2017

Aufgabe 9 (8 Punkte): Freier Fall und Fallschirmsprung

Ein Fallschirmspringer springt aus einem Flugzeug ab. Seine Beschleunigung $\frac{dv}{dt}$ und Geschwindigkeit v wird nun durch die Gewichtskraft $F_g = mg$ und die Reibungskraft $F_R = -6\pi r\eta v$ (Stokes'sches Gesetz) bestimmt. Dabei ist sein Gewicht $m = 75kg$ und sein effektiver Radius $r = 1m$ (ohne Fallschirm). Die dynamische Viskosität von Luft ist: $\eta_{Luft} = 17,1\mu Pas$.

- Leiten Sie allgemein eine Differentialgleichung für die Geschwindigkeit her und berechnen Sie die allgemeine Lösung $v(t)$ ausgehend von der Anfangsgeschwindigkeit v_0 . Diskutieren Sie ob ein schwerer Ball unter diesen Voraussetzungen schneller fällt als ein leichter Ball gleicher Größe.
- Der Fallschirmspringer springt aus dem Flugzeug ($v(t_0) = 0$). Wie schnell erreicht der Fallschirmspringer nach dem Sprung aus dem Flugzeug seine Endgeschwindigkeit v_{end} (bis auf 5% Toleranz)? Wie groß ist diese? Ist das realistisch?
- Setzen Sie statt Stokes'scher Reibung die bei hohen Geschwindigkeiten geltende Newtonreibung an: $F_R = -kv^2$, mit $k = 0.5c_w A\rho_L$, mit der Fläche des Springers $A = 1m^2$, der Luftdichte $\rho_L = 1,293kg/m^3$. und dem $c_w = 0,3$ und lösen Sie die Differentialgleichung.
- Wie schnell erreicht der Fallschirmspringer mit diesem Ansatz nach dem Sprung aus dem Flugzeug seine Endgeschwindigkeit v_{end} (bis auf 5% Toleranz)? Wie groß ist diese? Ist das realistisch?

Vorlesung:	<ul style="list-style-type: none">Donnerstag 8:15 Uhr – 09:45 Uhr im EW 201
Scheinkriterien:	<ul style="list-style-type: none">Mindestens 50% der Übungspunkte, einmal vorrechnen, Klausur bestehen.
Zettel:	<ul style="list-style-type: none">Ausgabe: Donnerstags in der Vorlesung.Abgabe: 10 Tage später am Montag im Briefkasten ('Einführung') des ER-Gebäudes.
Sprechzeiten:	<ul style="list-style-type: none">Prof. Dr. Sabine Klapp: Di, 12.15 – 13 Uhr im EW 707Dr. Arash Azhand: Fr, 14 – 15 Uhr im EW 627Andreas Koher: Di 16 – 17 Uhr im ER 240Lasse Ermoneit: Mo 14 – 15 Uhr im EW 060Ché Netzer: Mo 14 – 15 Uhr im EW 060Philipp Stammer: Mi 09 – 10 Uhr EW 060Philip Knospe: Mi 14 – 15 Uhr EW 060